

1.9. Эпюры внутренних усилий

Эпюра (ж.р., но: эпюр Мокжа, м.р.) – график изменения ВСФ по длине бруса.

Эпюры позволяют определить опасные сечения

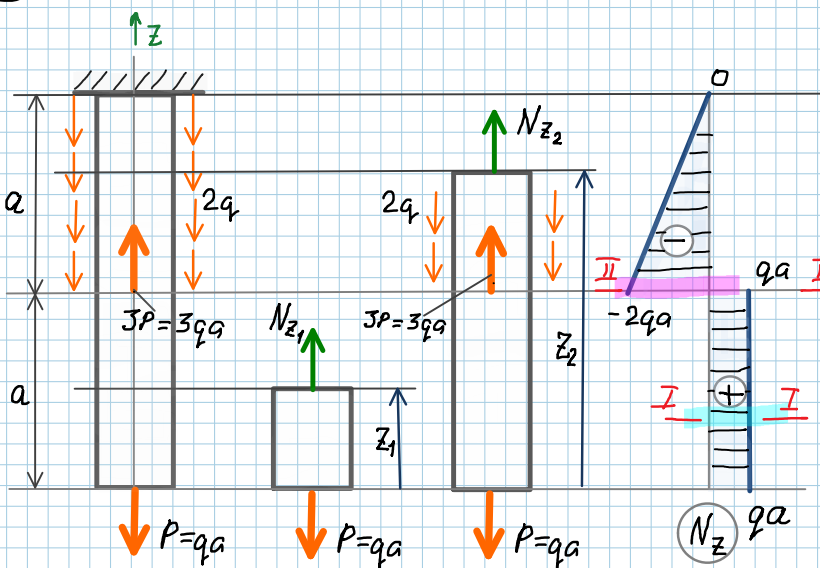
О.С. –

Данный график удобно строить по силовым участкам.

Граница силового участка – сечение, где приложена сосредоточенная нагрузка, либо начинается или заканчивается нагрузка распределенная.

Рассмотрим построение эпюр методом РДЗУ на конкретных примерах.

① Растяжение – сжатие



Дано:  $\beta = 1$   
 $P = \beta qa = qa$

Решение. Уч. 1:  $0 \leq z_1 < a$

$N_{z_1} = +P = +qa = \text{const}$

Уч. 2:  $0 \leq z_2 < a$

$N_{z_2} = +P - 3P + 2q \cdot z_2 =$

$qa - 3qa + 2qz_2 =$

$= -2qa + 2qz_2$

$N_{z_2}(0) = -2qa$

$N_{z_2}(a) = -2qa + 2qa = 0$

О.С.: зона растяжения (I-I)

$N_{zP}^{\text{max}} = qa$  – любая сечение 1-го участка

Зона сжатия (II-II)

$N_{zC}^{\text{max}} = -2qa$

② Кручение

Дано:  $\gamma = 1$

$m_1 = \gamma qa^2 = qa^2$

$m_2 = \gamma qa = qa$

Решение: Уч. 1  $0 \leq z_1 < a$

$M_{z_1} = 2m_1 - 4m_2 \cdot z_1 = 2qa^2 - 4qa \cdot z_1$

$M_{z_1}(0) = 2qa^2$

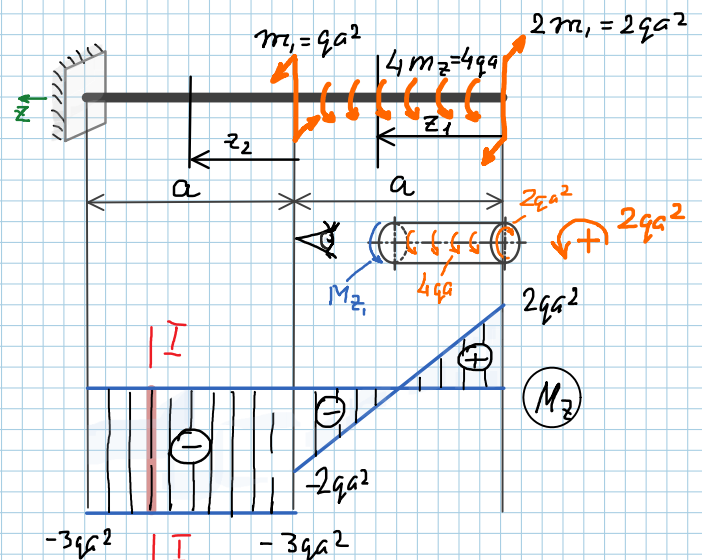
$M_{z_1}(a) = 2qa^2 - 4qa \cdot a = -2qa^2$

Уч. 2  $0 \leq z_2 < a$

$M_{z_2} = 2m_1 - 4m_2 \cdot a - m_1 =$

$= 2qa^2 - 4qa \cdot a - qa^2 = -3qa^2$

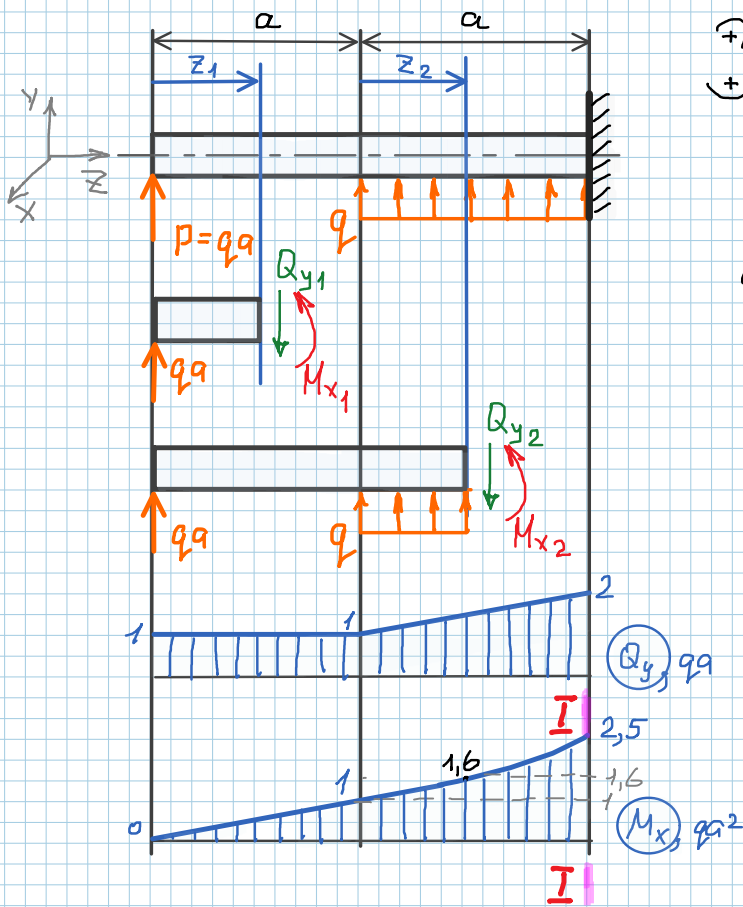
О.С.: I-I  $M_z^{\text{max}} = 3qa^2$



О.С.: I-I  $M_z^{\max} = 3qa^2$   
(любое сечение 2-го участка)

③ Изгиб  
При приложении 2 ВСП:  $Q_y$  и  $M_x$

Решение: Уч. 1  $0 \leq z_1 < a$



$$\oplus Q_{y1} = qa = \text{const}$$

$$\oplus M_{x1} = qa \cdot z_1 - \text{линейная ф-я}$$

строим по двум точкам

$$M_{x1}(0) = 0$$

$$M_{x1}(a) = qa^2$$

Уч. 2:  $0 \leq z_2 < a$

$$Q_{y2} = qa + q \cdot z_2$$

$$Q_{y2}(0) = qa$$

$$Q_{y2}(a) = 2qa$$

$$M_{x2} = qa(a + z_2) + q \cdot z_2 \cdot \frac{z_2}{2} =$$

$$= qa^2 + qa z_2 + \frac{1}{2} q z_2^2 - \text{парабола}$$

строим по 3 точкам (на самом деле здесь достаточно 2-ух)

$$M_{x2}(0) = qa^2$$

$$M_{x2}(a) = qa^2 + qa^2 + \frac{1}{2} qa^2 =$$

$$= \frac{5}{2} qa^2 = 2,5 qa^2$$

$$M_{x2}\left(\frac{a}{2}\right) = qa^2 + qa^2 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} q \frac{a^2}{4} =$$

$$= \frac{8}{8} qa^2 + \frac{4}{8} qa^2 + \frac{1}{8} qa^2 =$$

$$= \frac{13}{8} qa^2 \approx 1,6 qa^2$$

Опасное сечение

О.С. определим по экстр значению  $M_x$

$$M_x^{\max} = 2,5 qa^2 \quad (\text{I-I} - \text{опасное сечение})$$

Эпюра изг. моментов ВСЕГДА строится на сжатом волокне бруса (со стороны вогнутой части). Это соответствует принятому правилу знаков.