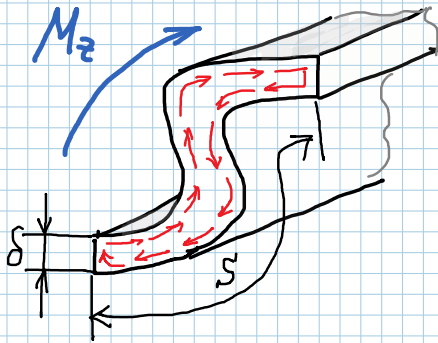


3. Тонкостенные стержни открытого профиля

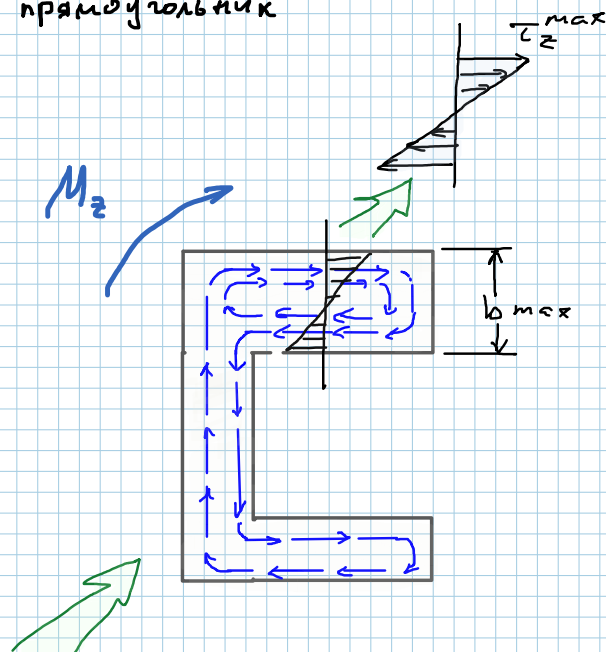
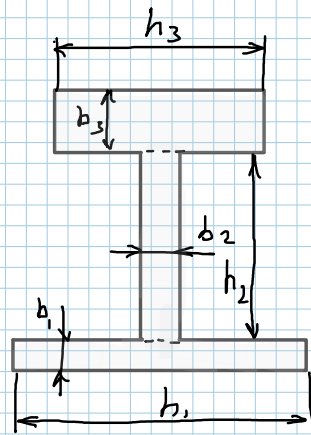
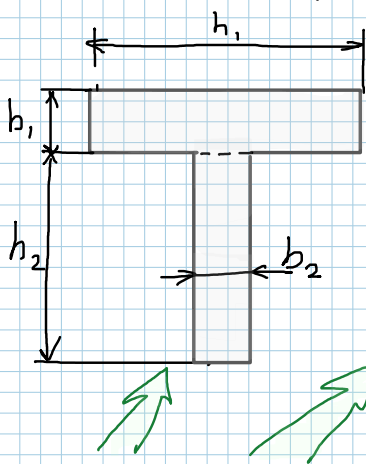


$$\tau_z^{\max} = \frac{M_z}{W_K}$$

$$W_K = \frac{S \delta^2}{3}, \text{ где } S - \text{длина профиля}$$

"распрямляем" в прямоугольник

Сложные профили



Приближённо считаем, что каждый элемент такого стержня работает независимо. Профили разбиваются на прямоугольники $h \times b$

$$J_K = \frac{1}{3} h_1 b_1^3 + \frac{1}{3} h_2 b_2^3 + \dots = \sum \frac{1}{3} h_i b_i^3 = \frac{1}{3} \sum h_i b_i^3 \quad (*)$$

$$\tau_z^{\max} = \frac{M_z}{W_K} = \frac{M_z}{J_K} b_{\max}; \text{ т.к. } W_K = \frac{J_K}{b_{\max}}$$

Максимальные касательные напряжения имеют место в элементе с наибольшей толщиной.

При этом фактическая крутильная жесткость GJ_K будет выше:

- для I - на 20%
- для L - на 12%

чем рассчитанное по формуле (*), т.к. прямоугольники, составляющие контур, работают совместно, а не независимо.

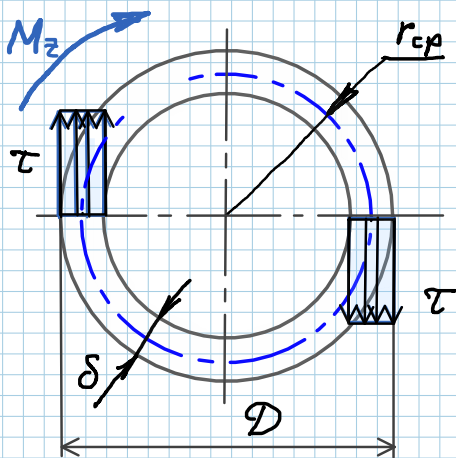
4. Тонкостенные стержни закрытого профиля.

1) Т.к. контур замкнут

4. Тонкостенные стержни закрытого профиля.

1) Тонкостенное кольцо

Вследствие малости толщины стенок, напряжения распределяются равномерно (см. рис.)



$$J_p = \int_A \rho^2 dA = \int_A r_{cp}^2 dA = r_{cp}^2 \int_A dA = r_{cp}^2 \cdot A =$$

$$\rho \approx r_{cp}$$

$$A = 2\pi r_{cp} \delta$$

$A_{cp} = \pi r_{cp}^2$ — площадь круга, ограниченного ср. линией

$$= r_{cp}^2 \cdot 2\pi \cdot r_{cp} \cdot \delta = 2A_{cp} r_{cp} \delta$$

Полярный момент сопротивления

$$W_p = \frac{J_p}{\rho} = \frac{2A_{cp} r_{cp} \delta}{r_{cp}} = 2A_{cp} \delta$$

$$\tau_z = \frac{M_z}{W_p} = \frac{M_z}{2A_{cp} \delta}$$

Угол закручивания

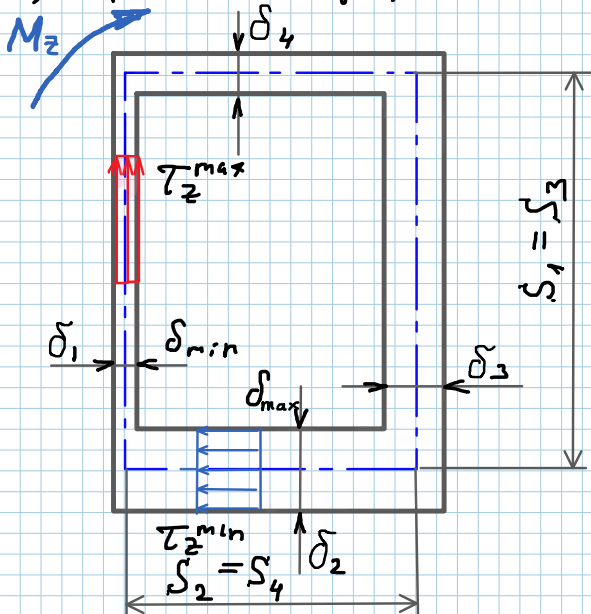
$$\varphi = \int_0^l \frac{M_z dz}{G J_p} = \frac{M_z l}{G J_p} = \frac{M_z l}{G \cdot 2A_{cp} r_{cp} \delta} = \frac{M_z l S_{cp}}{4G A_{cp}^2 \delta}$$

l — длина участка

$$J_p = 2A_{cp} r_{cp} \delta \cdot \frac{S_{cp}}{S_{cp}} = 2A_{cp} r_{cp} \delta \frac{2\pi r_{cp}}{S_{cp}} = \frac{4A_{cp}^2 \delta}{S_{cp}}$$

$S_{cp} = 2\pi r_{cp}$ — длина средней линии

2) Коробчатый профиль



S_i — размеры по средней линии

$\delta_1 = \delta_{min} \rightarrow$ здесь имеют место τ_{max}

$\delta_4 = \delta_{max} \rightarrow$ — — — τ_{min}

Максимальные напряжения — в стенке с наименьшей толщиной

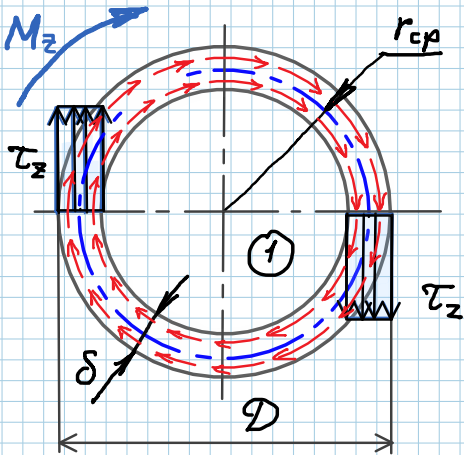
$$\tau_z^{max} = \frac{M_z}{W_z} = \frac{M_z}{2A_{cp} \cdot \delta_{min}}$$

аналогично кольцевому тонкостенному сечению

$$A_{cp} = S_1 \cdot S_2 = S_3 \cdot S_4$$

— площадь прямоугольника, ограниченного средней линией

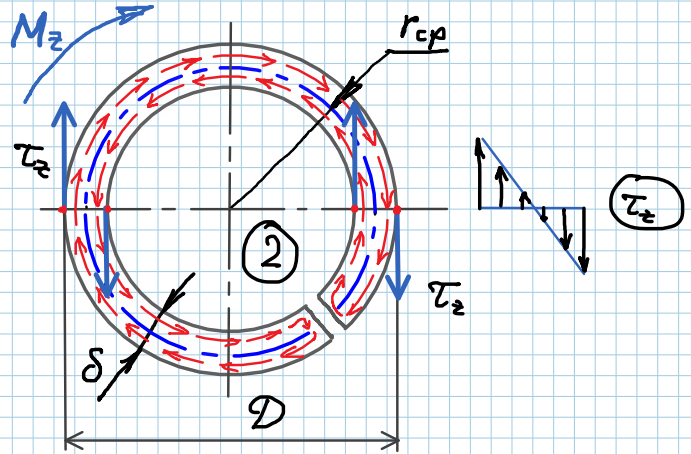
Пример. Сравните величину касательных напряжений для замкнутого и незамкнутого тонкостенных кольцевых сечений
 $D = 10\delta$



$$1. \tau_z = \frac{M_z}{W_\varphi} = \frac{M_z}{2A_{cp}\delta} = \frac{2M_z}{\pi\delta(D-\delta)^2}$$

$$A_{cp} = \pi r_{cp}^2 = \frac{\pi}{4}(D-\delta)^2$$

$$r_{cp} = \frac{D}{2} - \frac{\delta}{2} = \frac{D-\delta}{2}$$



$$2. \tau'_z = \frac{M_z}{W_k} = \frac{3M_z}{(D-\delta)\delta^2\pi}$$

$$W_k = \frac{S\delta^2}{3} = \frac{(D-\delta)\delta^2\pi}{3}$$

S - длина окружности
 $S = 2\pi r_{cp} = \pi(D-\delta)$

$$\frac{\tau'_z}{\tau_z} = \frac{3M_z}{(D-\delta)\delta^2\pi} \cdot \frac{\pi\delta(D-\delta)^2}{2M_z} = \frac{3}{2} \frac{D-\delta}{\delta} = (D=10\delta) = \frac{3}{2} \frac{9\delta}{\delta} = 13,5 \text{ раз}$$

$$D = 15\delta \rightarrow \frac{\tau'_z}{\tau_z} = \frac{3}{2} \frac{14\delta}{\delta} = 21 \text{ раз}$$

$$D = 20\delta \rightarrow \frac{\tau'_z}{\tau_z} = \frac{3}{2} \frac{19\delta}{\delta} = 28,5 \text{ - разница тем больше, чем больше отношение } \frac{D}{\delta}$$

Т.о. касат. напр-я в незамкнутом профиле значительно выше, т.е. он хуже работает на кручение.