Об устойчивости пластин, подкрепленных ребрами жесткости.

Некоторые справочные данные (вариант изложения темы или дополнительный материал)

Источник:

Справочник по строительной механике корабля: В трех томах. Т. 3. Динамика и устойчивость корпусных конструкций/Бойцов Г. В., Палий О. М., Постнов В. А., Чувиковский В. С. — Л.: Судостроение, 1982, 320 с. стр.277-284

Пластины, подкрепленные одинаковыми ребрами, расположенными на равных расстояниях друг от друга, при действии равномерно распределенных сжимающих напряжений. Подкрепление пластин ребрами является эффективным средством повышения устойчивости.

Приведем основные формулы, позволяющие определить момент инерции (жесткость) ребер, обеспечивающий устойчивость рассматриваемых пластин.

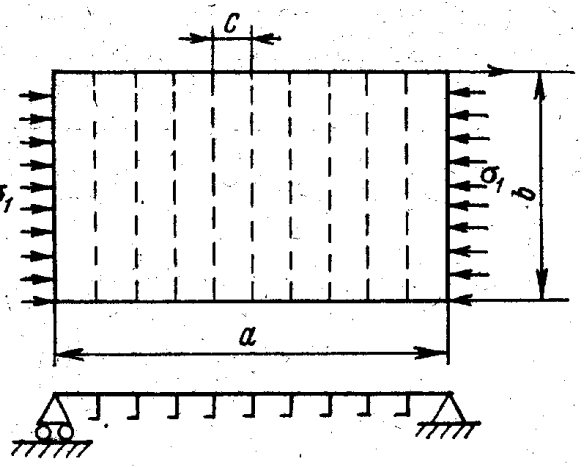

Рис. 1.

Если кромки пластины, к которым приложены сжимающие напряжения, свободно оперты, то существует критическая жесткость подкрепляющих ребер. Под критической жесткостью (критическим моментом инерции) ребер понимается такая их жесткость, дальнейшее увеличение которой не приводит к увеличению эйлерова напряжения пластины.

Пластина подкреплена ребрами, перпендикулярными к направлению сжимающих напряжений (поперечные ребра) (рис. 1). Необходимый момент инерции ребер

$$J = \frac{Eh^3 b}{12(1-\nu^2)E_0} \times \left(\frac{b}{c}\right)^3 \chi\left(\lambda,\ g, \frac{c}{b}\right) =$$

$$= \frac{1}{10{,}9}\frac{Eh^3 b}{E_0}\left(\frac{b}{c}\right)^3 \chi\left(\lambda, g, \frac{c}{b}\right), \qquad (3.17^*)$$

где E_0 — модуль упругости материала ребер; c — расстояние между ребрами; g — число подкрепляющих ребер; $\lambda = \sigma_1/\sigma_э^0$;

$$\sigma_э^0 = \frac{\pi^2 E h^2}{12(1-\nu^2)c^2}\left(1+\frac{c^2}{b^2}\right)^2 = 1{,}90\left(\frac{100h}{c}\right)^2\left(1+\frac{c^2}{b^2}\right)^2\frac{E}{E_{ст}}; \qquad (3.18^*)$$

σ_1 — действующее сжимающее напряжение; $\chi\left(\lambda,\ g,\ \frac{c}{b}\right)$ — табулированная функция. Значение этой функции приведено в табл.1 (m — число полуволн).

Для определения критического момента инерции ребер необходимо в формулу (3.17*) подставить значение функции $\chi\left(\lambda,\ g,\ \frac{c}{b}\right)$, найденное при $\lambda = 1$.

Пример 1. Для стальной пластины, подкрепленной шестью стальными поперечными ребрами, определим необходимый момент инерции площади поперечного сечения этих ребер, обеспечивающих устойчивость пластины при сжатии в направлении длинной стороны; напряжения сжатия $\sigma_1 = 7{,}70$ кН/см^2.

Дано: $a = 315$ см, $b = 180$ см, $h = 0{,}9$ см.

Решение. Определяем расстояние между ребрами:

$$c = \frac{a}{g+1} = \frac{315}{7} = 45 \text{ см}.$$

Вычисляем [см. формулу (3.18*)]

$$\sigma_э^0 = 1{,}90\left(\frac{90}{45}\right)^2\left(1+\frac{45^2}{180^2}\right)^2 = 8{,}58 \text{ кН/см}^2;$$

$$\lambda = \frac{\sigma_1}{\sigma_э^0} = \frac{7{,}70}{8{,}58} \approx 0{,}9; \quad \frac{c^2}{b^2} = 0{,}062.$$

По табл. 1 для $\lambda = 0{,}9$; $g = 6$ и $\left(\frac{c^2}{b^2}\right) = 0{,}062$ находим $\chi = 0{,}225\,8$. По формуле (3.17*) определяем

$$J = \frac{h^3 b}{10{,}9}\left(\frac{b}{c}\right)^3 0{,}225\,8 = 170{,}6 \text{ см}^4.$$

Критическая жесткость ребер ($\chi = 0{,}383$)

$$J_{кр} = 289{,}4 \text{ см}^4.$$

Пример 2. Определим эйлерово напряжение стальной пластины с размерами $a = 500$ см, $b = 200$ см, $h = 0{,}9$ см, сжатой вдоль длинной стороны и подкрепленной девятью стальными равноотстоящими поперечными ребрами, момент инерции площадь поперечного сечения которых (с присоединенным пояском пластины) равен $J = 200$ см^4.

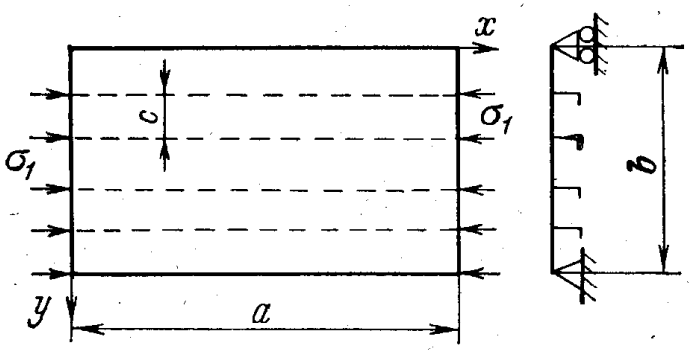

Рис. 2.

Решение. Определяем расстояние между ребрами:

$$c = \frac{a}{g+1} = \frac{500}{10} = 50 \text{ см}.$$

Вычисляем

$$\chi\left(\lambda,\ g,\ \frac{c}{b}\right) = \frac{J}{h^3 b}\left(\frac{c}{b}\right)^3 10{,}9 = \frac{200}{0{,}9^3\cdot 200}\left(\frac{50}{200}\right)^3 10{,}9 = 0{,}2336.$$

$$\sigma_э^0 = 1{,}90\left(\frac{90}{50}\right)^2\left[1+\left(\frac{50}{200}\right)^2\right] = 6{,}95 \text{ кН/см}^2;$$

$$\left(\frac{c}{b}\right)^2 = \left(\frac{50}{200}\right)^2 = 0{,}062.$$

По табл. 1 для $g = 9$, $\left(\frac{c}{b}\right)^2 = 0{,}062$, $\chi = 0{,}2336$ находим $\lambda = 0{,}91$. Следовательно, $\sigma_1 = 0{,}91\sigma_э^0 = 0{,}91\cdot 6{,}95 = 6{,}32$ кН/см^2.

Пластина подкреплена ребрами, параллельными направлению сжимающих напряжений (продольные ребра) (рис. 2). Необходимая жесткость подкрепляющих ребер должна быть равна

$$E_0 J = \frac{a^2}{\pi^2}\sigma_1\left[F + ch\,\psi\left(\lambda,\ g,\ \frac{c}{b}\right)\right], \qquad (3.19^*)$$

где F — площадь поперечного сечения ребра без присоединенного пояска пластины); $\lambda = \sigma_1/\sigma_э^0$; g — число подкрепляющих ребер;

$$\sigma_э^0 = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)}\left(\frac{h}{c}\right)^2\left[m_0\frac{c}{a} + \frac{a}{m_0 c}\right]^2;$$

m_0 — целочисленный параметр, обращающий скобку в минимум, определяемый из неравенства

$$m_0 (m_0 - 1) \leqslant \left(\frac{a}{c}\right)^2 \leqslant m_0 (m + 1); \qquad (3.20^*)$$

σ_1 — действующее сжимающее напряжение; $\psi\left(\lambda, g, \frac{a}{c}\right)$ — табулированная функция. Значения этой функции приведены в табл. 2.

Для определения критической жесткости необходимо в формулу (3.19*) подставить значение функции $\psi\left(\lambda, g, \frac{a}{c}\right)$, найденное при $\lambda = 1$.

Условие устойчивости отдельного ребра, подкрепляющего пластину, можно записать в виде

$$E_0 J = \frac{a^2}{\pi^2} \sigma_1 [F + ch]. \qquad (3.21^*)$$

Из рассмотрения значений функции $\psi\left(\lambda, g, \frac{a}{c}\right)$, приведенных в табл. 2. следует, что использование формулы (3.21*) для определения необходимой жесткости ребер возможно без большой погрешности при $\lambda > 0{,}7$, большом числе подкрепляющих ребер и $a/c > 3$.

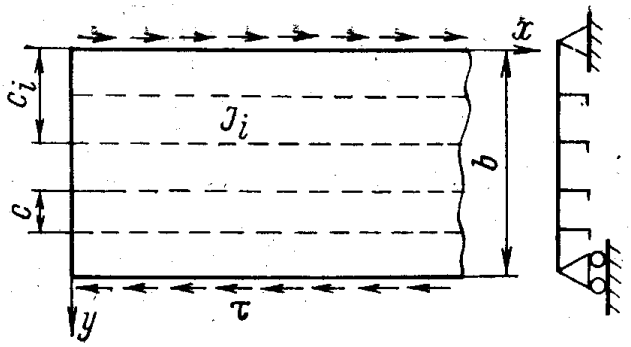

Рис. 3.

Пластины, подкрепленные одинаковыми ребрами, расположенными на равных расстояниях друг от друга, при действии равномерно распределенных касательных напряжений. В задаче об устойчивости пластины, подкрепленной ребрами, при действии касательных напряжений не существует критической жесткости этих ребер, т. е. такой жесткости, дальнейшее увеличение которой не приводит к увеличению эйлерова напряжения пластины.

Бесконечно длинная пластина, подкрепленная ребрами, параллельными ее длинной стороне (рис. 3). Эйлерово напряжение определяется формулой (кН/см²) *

$$\tau_{\text{э}} = k \cdot 1{,}90 \left(\frac{100h}{b}\right)^2 \frac{E}{E_{\text{ст}}}, \qquad (3.22^*)$$

где b — короткая сторона пластины; h — толщина пластины; k — коэффициент. Численные значения коэффициента k приведены ниже:

γ_1	0	5	10	20	30	40	50
k	5,7	6,98	7,70	8,67	9,36	9,90	10,4
γ_1	60	70	80	90	100		
k	10,8	11,1	11,4	11,7	12,0		

*Напряжение, вычисленное по этой формуле не должно превышать эйлерово напряжение поля пластины между ребрами, если считать ребра абсолютно жесткими

в зависимости от параметра

$$\gamma_1' = \frac{2}{Db}\sum_{i=1}^{m} E_0 J_i \sin^2\frac{\pi c_i}{b} = \frac{24(1-\nu^2)E_0}{bh^3E}\sum_{i=1}^{m} J_i \sin^2\frac{\pi c_i}{b}, \qquad (3.23^*)$$

где J_i — момент инерции i-го ребра (с присоединенным пояском); c_i — отстояние i-го ребра от кромки, совпадающей с осью x; E_0 — модуль упругости материала ребра; E — модуль упругости материала пластины.

Пластина подкреплена ребрами, параллельными ее короткой стороне (рис. 4). Эйлерово напряжение равно ** (кН/см²)

$$\tau_э = k\frac{\pi^2 D}{b^2 h} = k\cdot 1{,}90\left(\frac{100h}{b}\right)^2\frac{E}{E_{ст}}. \qquad (3.24^*)$$

Численные значения коэффициента k при большом числе ребер приведены в табл. 3, при двух ребрах — в табл. 4, при трех — в табл. 5, в зависимости от отношения сторон пластины и параметра:

$$\gamma = \frac{E_0 J}{Db} = \frac{12(1-\nu^2)E_0 J}{Ebh^3} = \frac{10{,}9E_0 J}{bh^3E}.$$

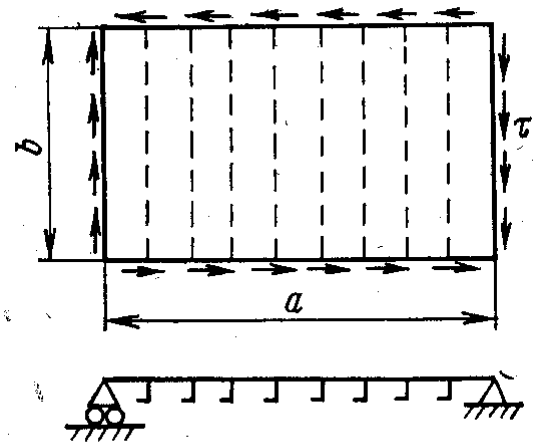

Рис. 4.

**Напряжение, вычисленное по этой формуле не должно превышать эйлерово напряжение поля пластины между ребрами, если считать ребра абсолютно жесткими

К формуле (3.17*).

Таблица 1. **Значения функции** $\chi\left(\lambda, g, \frac{c}{b}\right)$

λ	g	m	$(c/b)^2$				
			0,05	0,10	0,20	0,30	0,40
0,7	1	1	0,106 5	0,091 8	0,050 3	—	—
	2	2	0,104 1	0,083 6	0,033 2	—	—
	3	2	0,106 5	0,091 8	0,050 3	—	—
	4	3	0,115 2	0,097 2	0,050 3	—	—
	5	3	0,106 5	0,091 8	0,050 3	—	—
	6	4	0,115 2	0,098 2	0,052 9	—	—
	7	5	0,113 0	0,094 0	0,050 3	—	—
	8	5	0,114 3	0,097 8	0,053 4	—	—
	9	6	0,115 2	0,097 2	0,050 3	—	—
0,8	1	1	0,136 6	0,124 6	0,088 0	0,035 9	—
	2	2	0,161 9	0,145 3	0,102 4	0,047 9	—
	3	2	0,136 6	0,124 6	0,088 0	0,035 9	—
	4	3	0,160 7	0,146 2	0,106 0	0,052 3	—
	5	4	0,161 9	0,145 3	0,102 4	0,047 9	—
	6	4	0,156 0	0,142 2	0,103 1	0,049 9	—
	7	5	0,163 0	0,147 6	0,106 5	0,052 4	—
	8	6	0,161 9	0,145 3	0,102 4	0,047 9	—
	9	6	0,160 7	0,146 2	0,106 0	0,052 3	—
0,9	1	1	0,167 9	0,158 5	0,127 2	0,080 0	0,018 6
	2	2	0,226 4	0,214 4	0,179 7	0,132 4	0,074 4
	3	3	0,223 4	0,209 1	0,172 0	0,124 9	0,070 2
	4	3	0,209 6	0,198 8	0,163 9	0,118 7	0,059 2
	5	4	0,226 4	0,214 4	0,179 7	0,132 4	0,074 4
	6	5	0,229 0	0,215 7	0,179 7	0,132 3	0,075 9
	7	6	0,223 4	0,209 1	0,172 6	0,125 4	0,070 2
	8	6	0,226 4	0,214 4	0,179 7	0,132 4	0,074 4
	9	7	0,229 3	0,216 4	0,180 8	0,133 4	0,076 4
1,0	1	1	0,200 5	0,194 0	0,168 2	0,126 3	0,069 5
	2	2	0,302 0	0,296 0	0,272 3	0,233 7	0,182 0
	3	3	0,344 2	0,338 4	0,315 5	0,278 3	0,228 6
	4	4	0,365 1	0,359 3	0,336 8	0,300 3	0,251 7
	5	5	0,376 9	0,371 2	0,348 9	0,312 8	0,264 6
	6	6	0,384 2	0,378 6	0,356 4	0,320 5	0,272 7
	7	7	0,389 2	0,383 6	0,361 4	0,325 6	0,278 0
	8	8	0,392 8	0,387 1	0,365 0	0,329 3	0,281 8
	9	9	0,395 5	0,389 9	0,367 8	0,332 1	0,284 6

К формуле (3.19*).

Таблица 2. **Значения функции** $\psi\left(\lambda, g, \frac{a}{c}\right)$

λ	g	При a/c				
		1	2	3	4	5
0,8	1	0,703 7	0,781 6	0,674 0	0,529 0	0,346 0
	2	0,817 0	0,938 8	0,911 0	0,875 0	0,830 0
	3	0,848 7	0,977 6	0,965 0	0,946 0	0,936 0
	4	0,862 1	0,992 9	0,970 0	0,979 0	0,956 0
	5	0,869 6	1,000 6	0,990 0	0,989 0	0,968 0
	6	0,873 2	1,000 7	0,998 0	0,996 0	0,969 0
	7	0,875 8	1,008 0	1,000 0	0,996 2	0,973 0
	8	0,877 6	1,009 6	1,005 0	1,001 0	0,972 0
	9	0,878 9	1,010 9	1,007 0	1,001 1	0,972 0
	10	0,879 8	1,011 8	1,010 0	1,002 0	0,975 0
	11	0,880 5	1,012 5	1,012 0	1,005 0	0,975 5
0,9	1	0,878 5	0,544 3	0,696 0	0,632 0	0,423 0
	2	0,948 7	0,978 0	0,920 0	0,914 0	0,855 0
	3	0,966 7	1,010 0	0,965 0	0,975 0	0,940 0
	4	0,974 0	1,022 4	0,986 0	0,986 0	0,965 0
	5	0,977 8	1,028 5	1,000 0	1,012 0	0,971 0
	6	0,980 0	1,032 0	1,000 0	1,016 0	0,974 0
	7	0,981 4	1,034 2	1,001 0	1,020 0	0,970 0
	8	0,982 3	1,035 7	1,005 0	1,020 0	0,974 0
	9	0,983 0	1,036 7	1,009 0	1,023 0	0,978 0
	10	0,983 6	1,037 4	1,009 0	1,023 0	0,978 0
	11	0,983 9	1,038 0	1,010 0	1,026 0	0,978 0
1,0	1	1,102 7	0,903 2	0,754 0	0,621 0	0,478 0
	2	1,107 5	1,015 2	0,950 0	0,908 0	0,871 0
	3	1,094 0	1,019 4	0,991 0	0,966 0	0,949 0
	4	1,110 4	1,035 2	1,005 0	0,985 0	0,975 0
	5	1,110 9	1,044 3	1,006 0	0,995 0	0,989 0
	6	1,111 3	1,056 8	1,012 0	0,999 0	0,991 0
	7	1,111 5	1,067 1	1,020 0	1,008 0	0,999 0
	8	1,111 6	1,071 2	1,021 0	1,008 0	1,000 0
	9	1,111 8	1,083 0	1,023 0	1,009 0	1,000 0
	10	1,111 9	1,099 1	1,021 0	1,010 0	1,000 0
	11	1,112 0	1,100 0	1,023 0	1,011 0	1,000 1

К формуле (3.24*). **Таблица 3. Значения коэффициента k при большом числе рёбер**

a/b	При λ								
	2	10	30	50	70	100	150	200	250
1,0	14,1	27,7	59,5	81,1	101,0	129 0	173,3	218,0	261,0
1,5	11,1	22,5	42,6	60,6	78,5	104,4	148,0	191,7	235,0
2,0	9,7	18,4	36,5	53,9	71,7	98,0	141,0	184,0	228,0

К формуле (3.24*). **Таблица 4 Значения коэффициента k при двух рёбрах**

a/b	При γ		
	6	30	50
1,0	21,2	52,3	174,0
1,5	17,4	40,4	148,0
2,0	15,1	33,5	141,0

К формуле (3.24*). **Таблица 5 Значения коэффициента k при трёх рёбрах**

a/b	При γ		
	8	40	200
1,0	27,5	82,6	212,0
1,5	21,1	69,5	192,0
2,0	19,8	64,5	184,0

Замечание о влиянии жесткости ребер на кручение.

Выше предполагалось, что РЖ не препятствуют повороту (не создают упругой заделки на контуре пластины), что не соответствует действительности. Но при этом мы делаем ошибку в безопасную сторону, ибо упругая заделка повышает устойчивость пластины (эйлеровы напряжения при учете жесткости ребер на кручение могут увеличиваться аж на 30% [см. работы В.А.Постнова]).

Поэтому в практических расчетах жесткость рёбер на кручение обычно не учитывают, полагая пластину свободно опертой на контуре. Появляющаяся ошибка примерно компенсируется уменьшением эйлеровых напряжений, связанных с неучетом в данных расчетах отступлений от закона Гука.

Влияние отступлений от з-на Гука на устойчивость пластин.

Полученные формулы для пластин применимы при напряжениях $\sigma_э \leqslant \sigma_{пц}$. Так, по ф-ле (3.8*) для удлиненной пластины (для продольной системы набора) можно найти:

$$\frac{b}{h} \geqslant 100 \times \sqrt{\frac{80}{\sigma_{пц}}},$$

а из ф-лы (3,9*) для широких пластин (для поперечной системы набора):

$$\frac{a}{h} \geqslant 100 \times \sqrt{\frac{20}{\sigma_{пц}}}.$$

То есть, для судостроительной стали типа Ст3, для которой $\sigma_{пц}$ =200 МПа, будет $b/h \geqslant 63$, $a/h \geqslant 31{,}5$.

При поперечной системе набора условие $a/h \geqslant 31{,}5$, как правило, выполняется. При продольной — не всегда, и учет отступлений от з-на Гука вносит поправку в величину $\sigma_э$.

Исследование устойчивости пл-н за пределом пропорциональности более трудоёмко, ибо в каждом слое пластины, ||-ном её средней плоскости, образуется ПНС (в отличие от ЛНС у стержней).

Исследование сводится к рассмотрению ортотропной пластины с различными жесткостями на изгиб в двух направлениях, а также на кручение. Соотношение жесткостей зависит от степени превышения $\sigma_{пц}$.

В ряде случаев соотношение жесткостей можно установить приближенно.

Допуская, что влияние отступлений от закона Гука по всем направлениям одинаково, можно в д.у. устойчивости вместо D надо ввести величину жесткости, равную φD, где φ — коэф-т, учитывающий отступления от з-на Гука и определяемый аналогично случаю со стержнями (вспоминаем формулы (.): $T_{кр}=\varphi T_э$, $\sigma_{кр}=\varphi\sigma_э$, $\varphi=E_r/E$). Тогда по аналогии меняем в формулах (3.8), (3.9) D на φD. Это допущение приводит к *занижению* критических напряжений (ошибка в безопасную сторону).

Другое допущение — для одноосно сжатой пластины — считать её в направлении сжатия совокупностью балок полосок в пластической стадии, т.е. с жесткостью φD, а в перпендикулярном направлении — совокупностью балок-полосок, находящихся в упругой стадии (жесткость D).

Тогда вместо д.у. устойчивости (см. 3.1б):

$$D\nabla^2\nabla^2 w + T_1\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - 2S\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + T_2\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \qquad (3.1б^*)$$

можно получить:

$$\varphi D\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2D_1\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D\frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + T_1\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0,$$

где D_1 — приведенная жёсткость ортотропной пластины.

В соответствии с допущением, $\varphi D < D_1 < D$. Приближенно часто принимают $D_1 = \sqrt{\varphi}\, D$. Тогда для св.оп. пластины вместо (3.8) и (3.9) будут, соответственно:

$$\sigma_{кр} = \sqrt{\varphi}\frac{4\pi^2 D}{b^2 h} \quad \text{и} \quad \sigma_{кр} = \left(\sqrt{\varphi} + \gamma^2\right)^2 \frac{\pi^2 D}{a^2 h},$$

откуда можно записать:

$\sigma_{кр} = \sqrt{\varphi}\,\sigma_э$ — для длинных пластин (для продольной системы набора)

$\sigma_{кр} = \left(\dfrac{\sqrt{\varphi}+\gamma^2}{1+\gamma^2}\right)^2 \sigma_э$ — для широких пластин (для поперечной системы набора).

Если сравнить со стержнем, то видно, что влияние отступлений от з-на Гука для пластин менее значительно.

Так как при расчете прочности связей корпуса, как правило, не допускается переход напр-й за предел текучести, а до предела текучести φ мало отличается от единицы, то при напряжениях, меньших $\sigma_т$, отступления от з-на Гука в практике расчётов устойчивости пластин не учитывается.

Участие пластин, теряющих устойчивость, в восприятии сжимающей нагрузки. Редукционные коэффициенты.

Пластины, потерявшие устойчивость, считаются уже пластинами большого прогиба.

Напряженно-деформированное состояние пластин большого прогиба описывается полной системой уравнений Кармана ( ). Аналитическое решение этой нелинейной системы затруднительно, в связи с чем на практике эта система может быть решена только приближенными методами: малого параметра, Ритца, Бубнова — Галеркина, сеток, МКЭ, Канторовича — Власова и др.

Значительный интерес в закритическом деформировании пластин представляет определение нагрузок, которые воспринимают потерявшие устойчивость пластины в составе сжатого перекрытия. Этот вопрос возникает при расчете напряжений в связях корпуса при его общем изгибе.

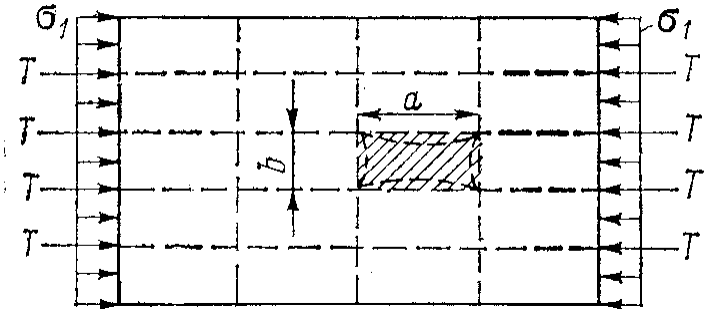

Рис. *.1

*.1

Пусть пластины обшивки сжатого перекрытия (рис. 21.25) теряют устойчивость. При этом средние напряжения в обшивке равны σ_1, а напряжения в продольных ребрах жесткости (жестких связях) $\sigma_{ж.с} = T/F$ [T — сила, действующая на продольное ребро; F — площадь поперечного сечения ребра жесткости (без присоединенного пояска)]. Сжимающая сила, приходящаяся на одну шпацию продольного набора, будет равна

$$T_0 = T + \sigma_1 bh = \sigma_{ж.с} F + \sigma_1 bh \qquad (3.25)$$

Если пластины устойчивы, то $\sigma_1 = \sigma_{ж.\,с}$ и напряжения в связях перекрытия распределены равномерно. При потере пластинами устойчивости напряжения в обшивке и ребрах жесткости различны: $\sigma_1 < \sigma_{ж.\,с}$. Это противоречит гипотезе плоских сечений, принятой при определении нормальных напряжений в перекрытии от общего изгиба корпуса, согласно которой эти напряжения в связях, равноудаленных от нейтральной оси поперечного сечения, одинаковы по значению. Для устранения этого противоречия пластины обшивки надо засчитывать в эквивалентный брус с меньшей площадью $b_{пр}h$, где $b_{пр}$ — некоторая *приведенная ширина пластины* в пределах шпации продольного набора. Тогда продольная сила может быть определена по формуле

$$T_0 = \sigma_{ж.\,с}(F + b_{пр}h) \tag{3.26}$$

в предположении, что нормальные напряжения в обшивке и продольных ребрах жесткости перекрытия одинаковы.

Сравнивая правые части равенств (3.25) и (3.26), получаем

$$b_{пр} = \varphi b; \quad \varphi = \sigma_1/\sigma_{ж.\,с}, \tag{3.27}$$

где φ является так называемым *редукционным коэффициентом*, для определения которого необходимо знать напряжения σ_1 в потерявших устойчивость пластинах.

Для вычисления напряжений σ_1 в потерявших устойчивость пластинах необходимо исследовать совместную работу настила перекрытия и подкрепляющего его набора, учитывая, что после потери устойчивости у пластин появляются изгибные деформации. С этой целью рассмотрим одну пластину, заключенную между балками набора сжатого палубного перекрытия (см. рис. *.1). До потери пластиной устойчивости в продольных ребрах и пластине как в связях, практически одинаково расположенных от нейтральной оси поперечного сечения судна, будут действовать одинаковые сжимающие напряжения. После потери устойчивости пластина будет испытывать изгиб дополнительно к указанному равномерному напряженному состоянию. Если бы пластина была изолированной, то при потере устойчивости ее противоположные кромки стремились бы сблизиться и оказались бы искривленными, как показано на рис. *.1 В действительности благодаря взаимодействию с соседними полями настила кромки рассматриваемой пластины искривляться не могут. Поэтому пластина после потери устойчивости будет изгибаться при сохранении прямолинейности кромок, что приведет к появлению дополнительных напряжений по ее кромкам.(рис. *.2). Через σ_1 обозначены средние сжимающие напряжения

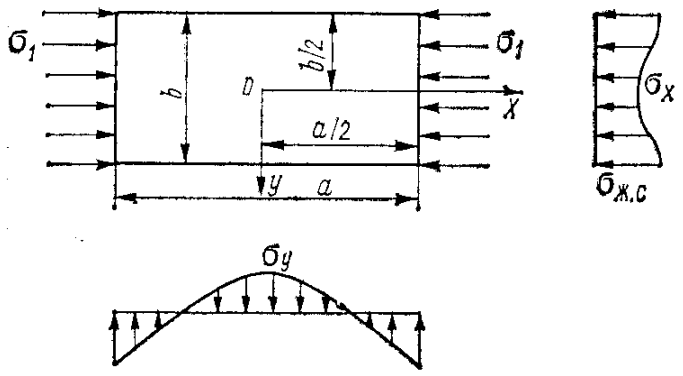

Рис. *.2.

Обозначим $\varphi^*=\sigma_э/\sigma_{ж.с.}$.

Т.к. напряжения распределены неравномерно после потери устойчивости, на части ширины пластины, непосредственно примыкающей к жестким связям, напряжения можно считать равными $\sigma_{ж.с}$, а в средней части — равными эйлеровым напряжениям $\sigma_э$ (см. рис. *.2,*.3).

Для пластины, сжатой вдоль длинной стороны ($b < a$), к жестким связям могут быть отнесены части пластины шириной $0{,}22b$, примыкающие к продольным кромкам (рис. *.3а) , а для пластины, сжатой вдоль короткой стороны ($b > a$), жесткими связями можно считать полоски шириной $0{,}22a$, примыкающие к продольным кромкам (рис. *.3б).

Указанный выше результат был получен П. Ф. Папковичем в результате обработки числовых данных П. А. Соколова методом

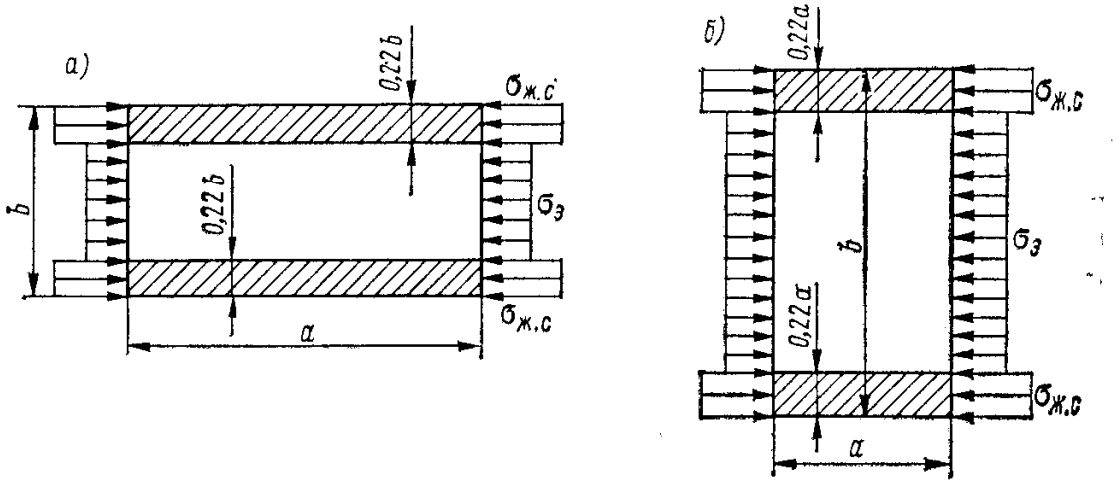

Рис. *.3.

наименьших квадратов. На основании рекомендаций П. Ф. Папковича о распределении сжимающих напряжений по ширине пластины из условий статической эквивалентности усилий, воспринимаемых пластиной, можно записать: при сжатии по направлению длинных сторон $\sigma_1 b = 0{,}44b\sigma_{ж.с} + 0{,}56b\sigma_э$, при сжатии по направлению коротких сторон $\sigma_1 b = 0{,}44a\sigma_{ж.с} + (b - 0{,}44a)\sigma_э$. Разделив обе части этих равенств на $b\sigma_{ж.с}$ и учитывая формулу (3.27), для случаев сжатия пластины по направлению длинных и коротких сторон соответственно получим

$$\varphi = 0{,}44 + 0{,}56\varphi^*; \qquad (\quad)$$

$$\varphi = \frac{0{,}44}{\gamma} + \left(1 - \frac{0{,}44}{\gamma}\right)\varphi^*. \qquad (\quad)$$

При практических расчетах вместо данных формул часто используют соответственно формулы

$$\varphi = 0{,}5\,(1 + \varphi^*); \qquad (\quad)$$

$$\varphi = 0{,}5\,(1 - \varphi^*)/\gamma + \varphi^*, \qquad (\quad)$$

которые предполагают размеры участков пластины, относимых к жестким связям, равными 0,25 размера короткой стороны (вместо 0,22, рекомендованных П. Ф. Папковичем).