

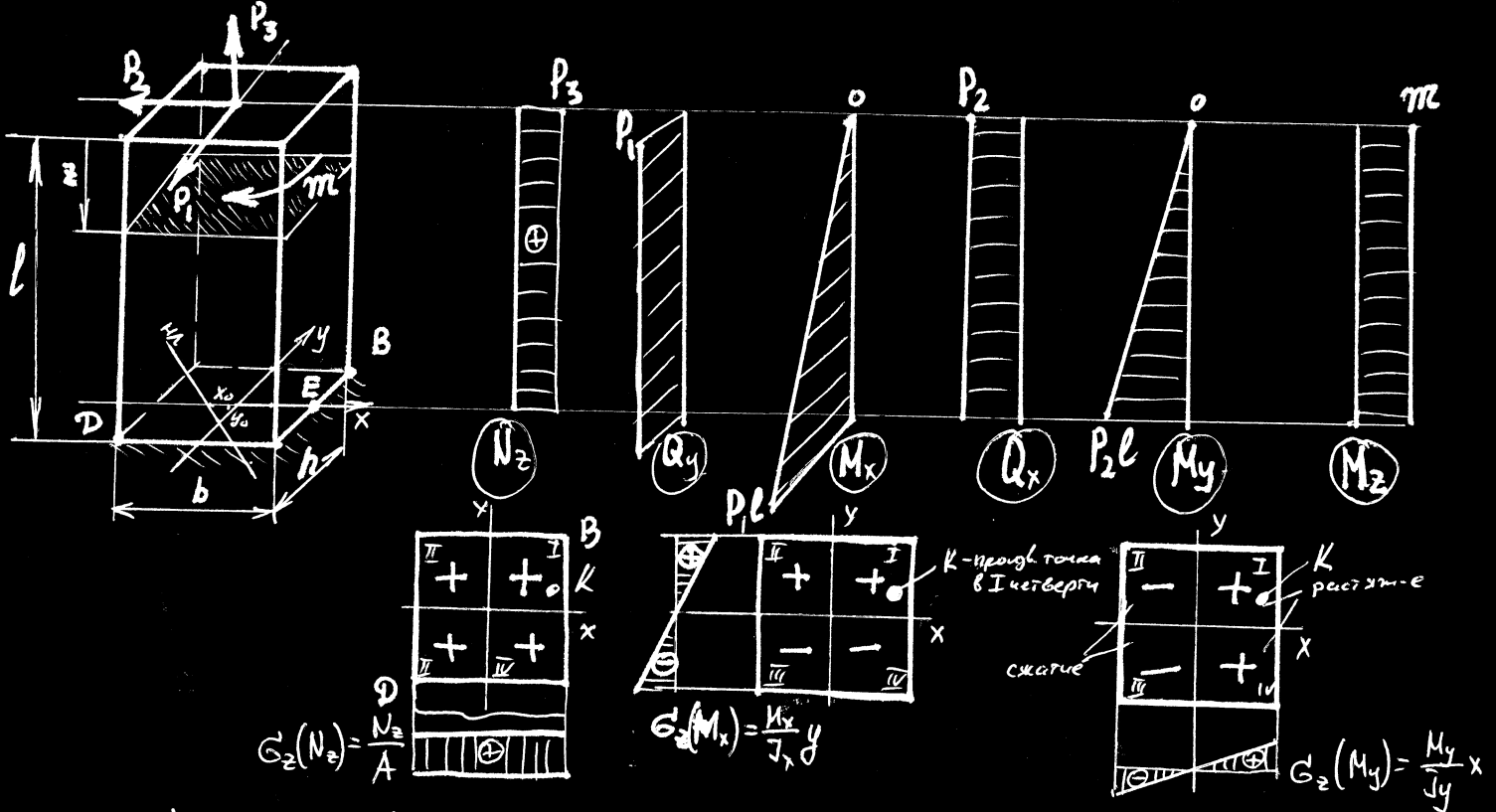
Глава IV. [ложное сопротивление (ЛС)]

1. Общий случай расчётов на прочность

При ЛС в попер. сеч-и бруса действуют одновременно несколько ВСФ. Расчёты на прочность при ЛС основаны на принципе суперпозиции

Алгоритм расчёта на прочность при ЛС:

- 1) Изстроим эпюры ВСФ и найдем опасные сечения (ОС);
- 2) в ОС построим эпюры напряжений и найдем опасные точки (ОТОС);
- 3) для ОТОС изобразим напр. схем-е и сделаем проверку по усл-ю прочности (линейное сопротивление).



Итак $0 \leq z \leq l$

- 1) $N_z = P_3$ - все волокна растянуты
 $Q_y = P_1$
 $M_x = P_1 z \begin{cases} 0; 0 \\ l; P_1 l \end{cases}$ - статы ближние волокна
 $Q_x = P_2$
 $M_y = P_2 z \begin{cases} 0; 0 \\ l; P_2 l \end{cases}$ - статы левые волокна
 $M_z = m$
 О.С. - основания бруса (там ВСФ достигают макс одновременно)

2) Вычисляем напря-я

- 2.1) Записываем знаки норм. напря-й во четвертях (см. выше)
- 2.2) Записываем уравнение норм. напря-й для точки в I четверти (т.к)

$$\sigma_z^k = \frac{N_z}{A} + \frac{M_x}{J_x} y_k + \frac{M_y}{J_y} x_k$$

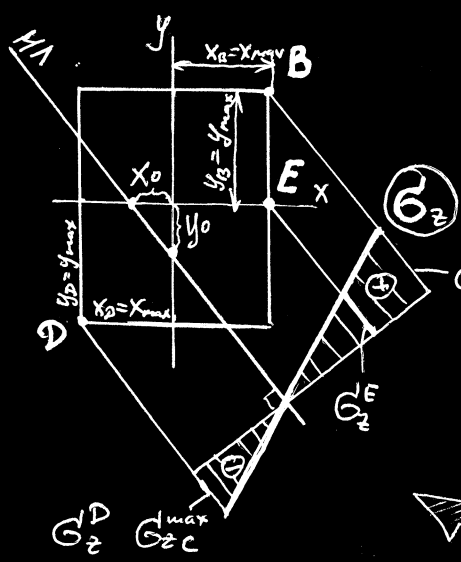
- 2.3) Запишем ур-е нейтр. линии (НЛ) - на ней $\sigma_z^k = 0$: $\frac{N_z}{A} + \frac{M_x}{J_x} y_0 + \frac{M_y}{J_y} x_0 = 0$

Построим НЛ по такому правилу - в осмич коорд-т:

$$y_0 = 0 \rightarrow x_0 = -\frac{N_z \cdot J_y}{A \cdot M_y}$$

$$x_0 = 0 \rightarrow y_0 = -\frac{N_z \cdot J_x}{A \cdot M_x}$$

и строим НЛ на сечении:



2.4) Точки В и D - наиболее удалены от НЛ, поэтому являются ОТ
 Вычислим см напр-я в этих точках

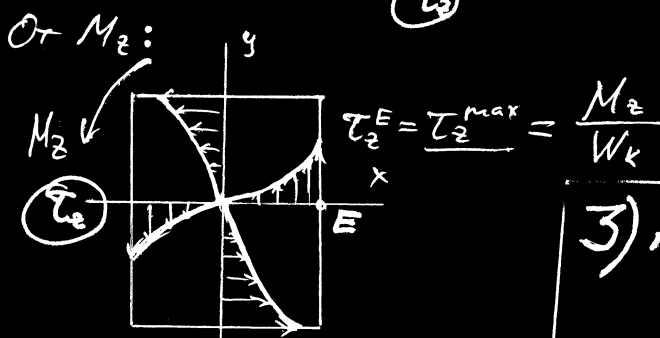
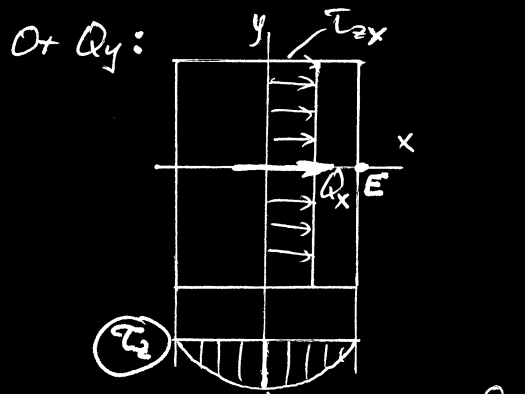
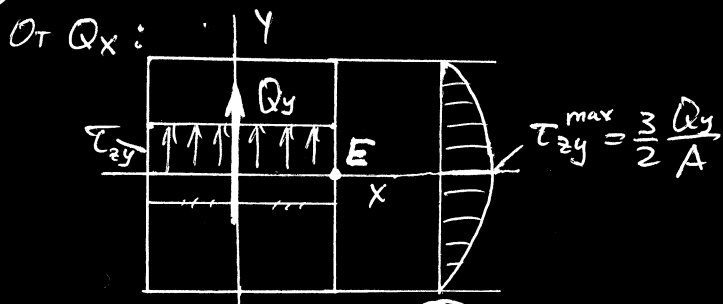
$$G_z^B = \frac{N_z}{A} + \frac{M_x}{J_x} y_B + \frac{M_y}{J_y} x_B = \frac{N_z}{A} + \frac{M_x}{J_x} y_{max} + \frac{M_y}{J_y} x_{max}$$

$$G_z^D = \frac{N_z}{A} - \frac{M_x}{J_x} y_D - \frac{M_y}{J_y} x_D = \frac{N_z}{A} - \frac{M_x}{J_x} y_{max} - \frac{M_y}{J_y} x_{max}$$

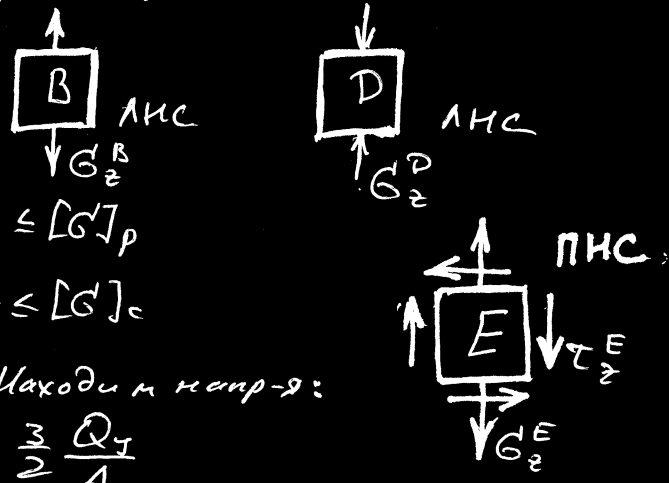
из схемот:
 $x_B = x_D = x_{max}$
 $y_B = y_D = y_{max}$

2.5) Строим эпюру нормальных напр-я (G_z)

2.6) Вычисляем касат-е напр-я



3) Напр. сост-е в ОТ и проверка прочности



Усл-я прочности

Для т. В: $G_z^B = G_{zp}^{max} = \frac{N_z}{A} + \frac{M_x}{J_x} y_{max} + \frac{M_y}{J_y} x_{max} \leq [G]_p$

Для т. D: $G_z^D = G_{zc}^{max} = \frac{N_z}{A} - \frac{M_x}{J_x} y_{max} - \frac{M_y}{J_y} x_{max} \leq [G]_c$

В точке E - плоское напр. сост-е. Находим напр-я:

$$G_z^E = \frac{N_z}{A} + \frac{M_y}{J_y} x_0; \quad \tau_z^E = \frac{M_z}{W_k} + \frac{3}{2} \frac{Q_y}{A}$$

и оцениваем прочность т. E по одной из методов прочности.

По III гипотезе $G_1 - G_3 \leq [G]$

$$G_3 = G_{min} = \frac{G_z}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{G_z}{2}\right)^2 + \tau_z^2} \rightarrow G_1 - G_3 = 2\sqrt{\left(\frac{G_z}{2}\right)^2 + \tau_z^2} = \sqrt{G_z^2 + 4\tau_z^2}$$

т.е. прочность точки E будет обеспечена, если $\sqrt{G_z^2 + 4\tau_z^2} \leq [G]$.

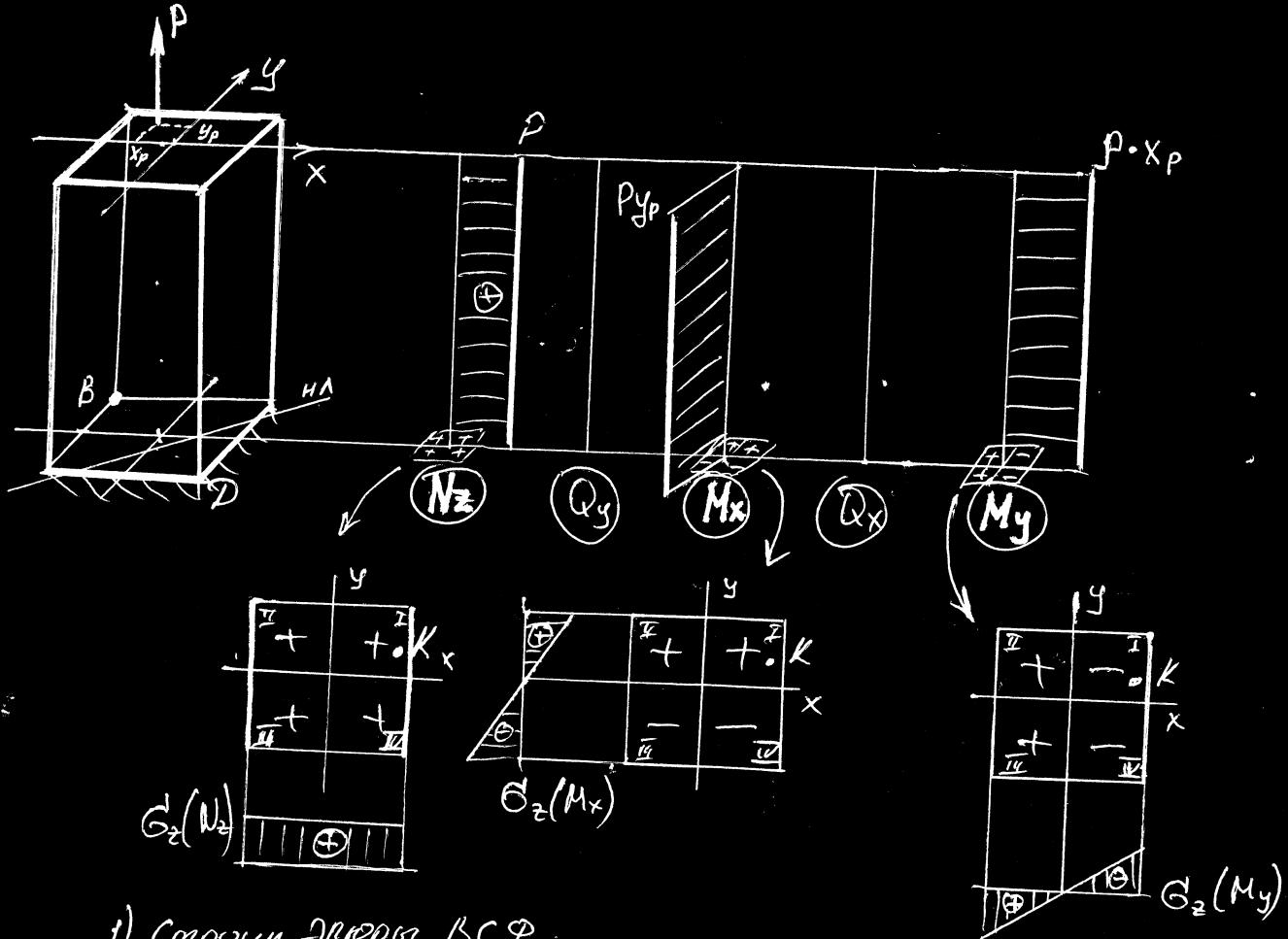
Подставляем величины (выражения) напряж-я и окончательно получаем:

$$\sqrt{\left(\frac{N_z}{A} + \frac{M_y}{J_y} x_0\right)^2 + 4\left(\frac{M_z}{W_k} + \frac{3}{2} \frac{Q_y}{A}\right)^2} \leq [G].$$

отмечаем её на схеме (G)

2. Частные случаи

2.1. Внецентренное растяжение — когда силы, действующие на брус, не проходят через ЦТ его сечения.



1) Строим эпюры ВСФ

$N_z = P$ — растяжение

$M_x = P \cdot y_p$ — старты ближние волокна

$M_y = P \cdot x_p$ — старты правые волокна

M_z, Q_y, Q_x — отсутствуют

О.С. — все сечения ровновесны

2) Выражение для напря-й в I точке: $\sigma_z^I = \frac{N_z}{A} + \frac{M_x}{J_x} y_k - \frac{M_y}{J_y} x_k$

Ур. с нейтр. линии: $\frac{N_z}{A} + \frac{M_x}{J_x} y_0 - \frac{M_y}{J_y} x_0 = 0$

строим НЛ по точкам перес-я с осями коорд-т

$$x_0 = 0 \rightarrow y_0 = -\frac{N_z}{A} \frac{J_x}{M_x}$$

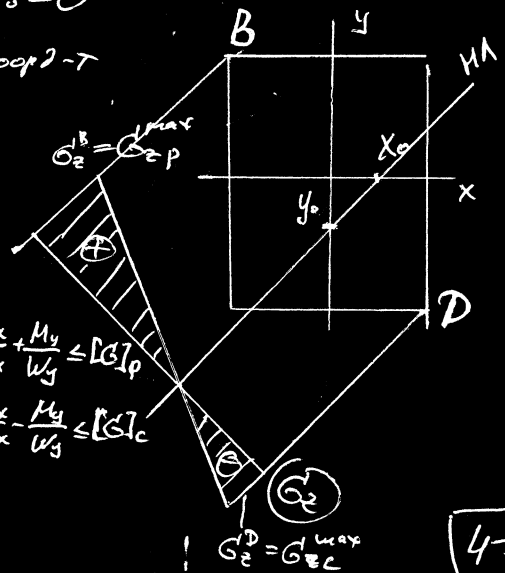
$$y_0 = 0 \rightarrow x_0 = \frac{N_z}{A} \frac{J_y}{M_y}$$

Точки В и D — опасные по норм. напря-ям
Касет. напря-я отсутствуют

3) Для т. В: $G_z^B = G_z^{\max} = \frac{N_z}{A} + \frac{M_x}{J_x} \frac{y_B}{y_0} - \frac{M_y}{J_y} \frac{x_B}{x_0} \leq [\sigma]_p$

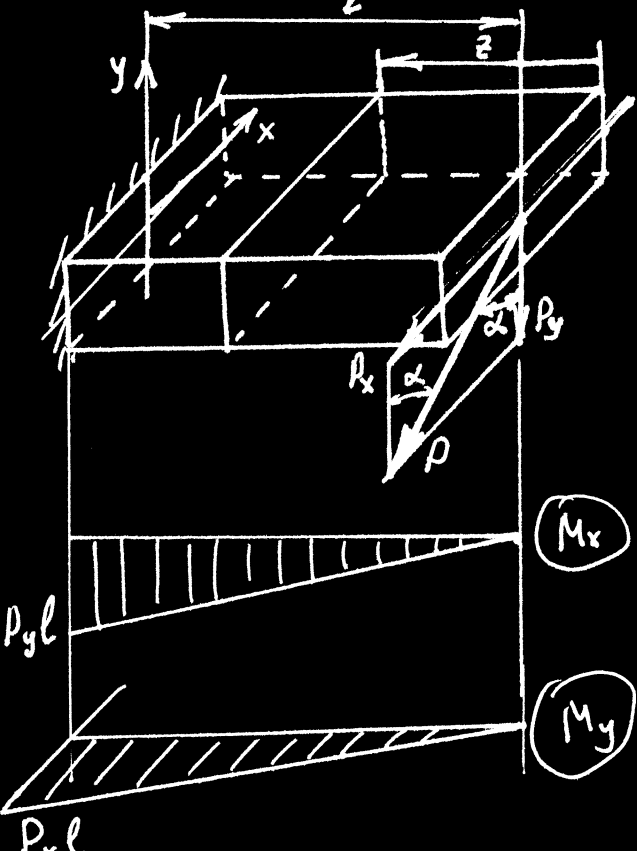
Для т. D: $G_z^D = G_z^{\min} = \frac{N_z}{A} - \frac{M_x}{J_x} \frac{y_D}{y_0} + \frac{M_y}{J_y} \frac{x_D}{x_0} \leq [\sigma]_c$

Усл-я прочности точек В и D



2.2. Косой изгиб

К.И. - когда силы, действующие на брус, не лежат в пл-ти, проходящей через продольную ось бруса и одну из главных центральных осей его сечения.



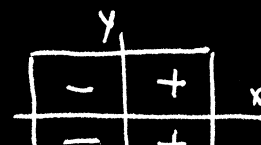
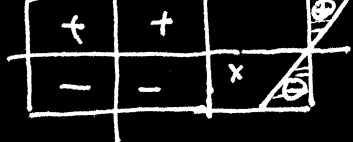
Решение. В данном частном случае влиянием поперечных сил на прочность бруса пренебрегаем. Силу разложим на компоненты

- 1) Строим эпюры ВСФ и находим ОС
 $M_x = P_y z \left(= P \cos \alpha \cdot z \right) \begin{cases} M_x(0) = 0 \\ M_x(l) = P \cos \alpha \cdot l = P_y l \end{cases}$
 (смотри рисунок вложения)

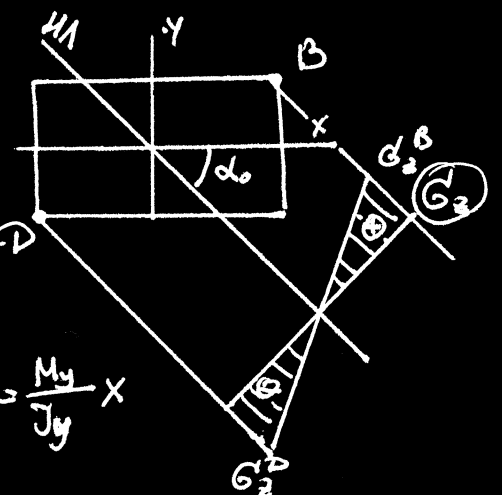
$$P_y = P \cos \alpha$$

$$P_x = P \sin \alpha$$

$$G_z^k(M_x) = \frac{M_x}{J_x} y$$



$$G_z^k(M_y) = \frac{M_y}{J_y} x$$



$$M_y = P_x z \left(= P \sin \alpha \cdot z \right) \begin{cases} M_y(0) = 0 \\ M_y(l) = P_x l \end{cases} \text{ - смотри передние вложения}$$

ОС - ось симметрии бруса

2) $G_z^k = \frac{M_x}{J_x} y_k + \frac{M_y}{J_y} x_k$ - вар-е для т.к, лежащей в I четверти

Ур-е нейтр. линии ($G_z^k = 0$): $\frac{M_x}{J_x} y_0 + \frac{M_y}{J_y} x_0 = 0$ (*)

$$\left. \begin{aligned} x_0 \geq 0 \rightarrow y_0 = 0 \\ y_0 = 0 \rightarrow x_0 = 0 \end{aligned} \right\} \text{ т.е. Н.Л. проходит через начало координат}$$

Где же как построить НЛ? Через угол наклона!

Угол наклона НЛ: $\text{tg } \alpha_0 = \frac{y_0}{x_0} = - \frac{M_y / J_y}{M_x / J_x} = - \frac{M_y J_x}{M_x J_y}$

опил. нейтр. линии и углом напр-я в квад. удаленных от центра

$$G_z^B = \frac{M_x}{J_x} y_B + \frac{M_y}{J_y} x_B = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \quad \begin{cases} x_B = x_{\max} \\ y_B = y_{\max} \end{cases} \text{ (знаки - в соответ. с четвертями)}$$

$$G_z^D = - \frac{M_x}{W_x} - \frac{M_y}{W_y}$$

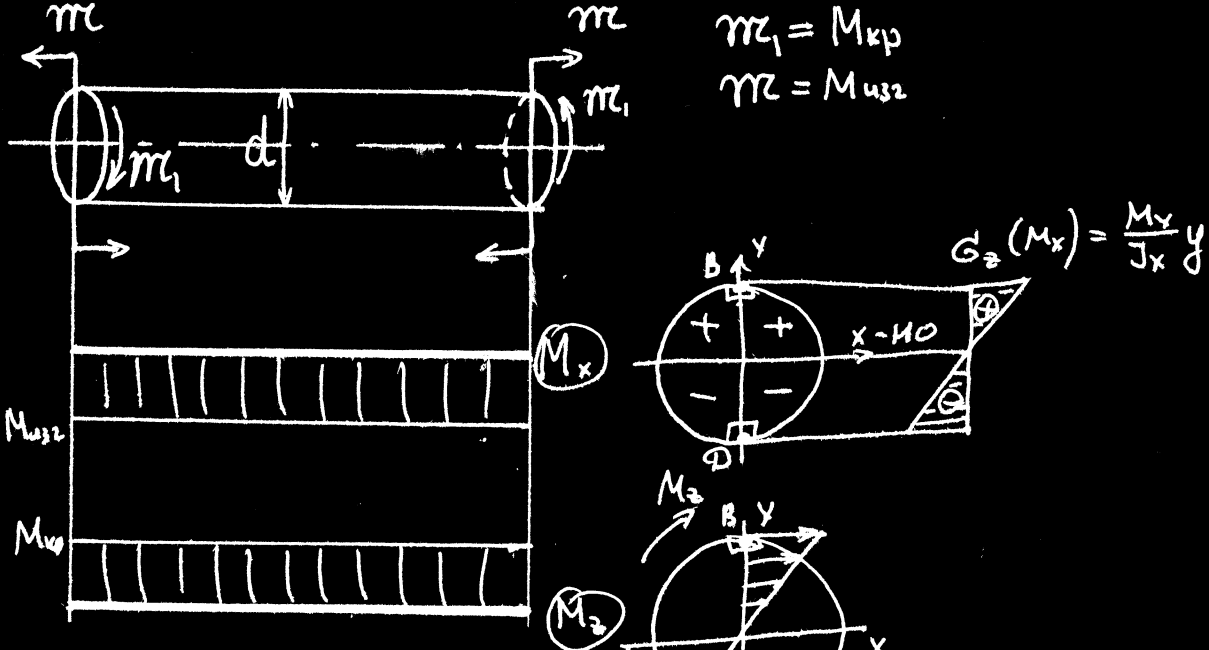
т.т. В и D - опасные точки по норм. напр-ям

3) Напр. осей - в оп. точках и усл. прочности:

$$\leftarrow \boxed{B} \rightarrow G_z^B = G_z^{\max} = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \leq [G]_p$$

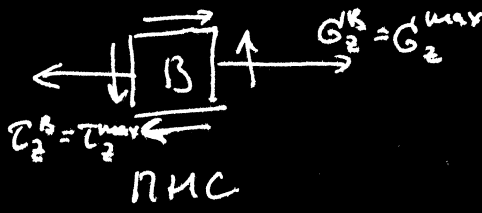
$$\leftarrow \boxed{D} \rightarrow G_z^D = G_z^{\min} = - \frac{M_x}{W_x} - \frac{M_y}{W_y} \leq [G]_c$$

2.3. Совместное действие изгиба и кручения



- 1) Строим эпюры ВСФ
 опр. ОС: все сечения равнозначны
- 2) норм. напр-я
 Точки В и D — опасные точки по норм. напр-ям. ОС — нейтральная ось
касат. напр-я Эпюра касат. напр-я строим в точках, опасных по нормальным напряжениям
 Точки В и D — опасные и по касательным напряжениям

3) Проверим на прочность по шестому (т.к. НДС)



По 3-й шестере прочности

$$G_1 - G_3 \leq [\sigma] \rightarrow \sqrt{G_2^2 + 4\tau_2^2} \leq [\sigma]$$

т. В: $G_2^B = G_2^{\max} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{M_{изг}}{W_x}$ (см. §1 этой же лекции)
 $\tau_2^B = \tau_2^{\max} = \frac{M_{кр}}{W_p} = \frac{M_{кр}}{2W_x}$ (для крути: $W_p = \frac{\pi D^3}{16}$; $W_x = \frac{\pi D^3}{32}$ тогда $W_p = 2W_x$)

тогда $\sqrt{\left(\frac{M_{изг}}{W_x}\right)^2 + 4\left(\frac{M_{кр}}{2W_x}\right)^2} \leq [\sigma]$

упрощаем: $\frac{\sqrt{M_{изг}^2 + M_{кр}^2}}{W_x} \leq [\sigma]$ или $\frac{M_{расч}}{W_x} \leq [\sigma]$, где $M_{расч} = \sqrt{M_{изг}^2 + M_{кр}^2}$

По 4-й шестере: $G_{\text{двб}} = \sqrt{\frac{1}{2}[(G_1 - G_2)^2 + (G_2 - G_3)^2 + (G_3 - G_1)^2]} \leq [\sigma]$

$G_{1,3} = G_{\text{max}} = \frac{G_2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{G_2}{2}\right)^2 + \tau_2^2}$ (см гл. 3, §4)

оказывается $G_{\text{двб}} = \sqrt{G^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma] \rightarrow \sqrt{\left(\frac{M_{изг}}{W_x}\right)^2 + 3\left(\frac{M_{кр}}{2W_x}\right)^2} \leq [\sigma] \rightarrow \frac{\sqrt{M_{изг}^2 + 0,75 M_{кр}^2}}{W_x} \leq [\sigma]$

т.е. $M_{расч} = \sqrt{M_{изг}^2 + 0,75 M_{кр}^2}$

т.е. по 3-й шестере диаметр будет найденся больше.