

## Глава 9. РАСЧЕТЫ НА ПРОЧНОСТЬ ПРИ ЦИКЛИЧЕСКИ ИЗМЕНЯЮЩИХСЯ НАПРЯЖЕНИЯХ

### § 9.1. Явление усталости материала

Большинство деталей машин и механизмов находится в движении, при этом нагрузки, действующие на них, меняются во времени или меняется положение детали по отношению к нагрузке. Это приводит к появлению циклических (периодически повторяющихся) напряжений в деталях.

Разрушение деталей под действием переменных напряжений называют *усталостным разрушением*.

Усталость материала – накопление микрповреждений при многократном нагружении, приводящее к появлению усталостных трещин и, как следствие, в разрушению.

Способность деталей сопротивляться усталостному разрушению называют *выносливостью* (циклической прочностью).

Опасность усталостного разрушения в том, что оно происходит при напряжениях, меньших  $\sigma_b$  и даже  $\sigma_T$ .

Возникновение переменных напряжений рассмотрим на примере вала, который вращается с некоторой угловой скоростью  $\omega$  и нагружен растягивающими силами  $P_1$  и поперечными силами  $P_2$ .

Тогда в произвольной точке  $A$  вала в произвольный момент времени  $t$  напряжения будут определяться выражением

$$\sigma_z^A = \frac{N_z}{A} \pm \frac{M_x}{I_x} Y_A = \frac{P_1}{A} \pm \frac{P_2 a}{W_x} \sin(\omega t), \quad (9.1)$$

где  $\omega t = \varphi$ ;  $W_x = I_x / r$ ;  $Y_A = r \sin(\omega t)$ , т.е.

$\sigma_z^A$  меняются по синусоидальному закону со средним напряжением  $\sigma_m = P_1 / A$  и амплитудой  $\sigma_a = P_2 a / W_x$ .

Совокупность последовательных значений напряжений за период называют *циклом*. Можно построить график изменения напряжений в т. А по выражению (9.1) в координатах  $\sigma$ – $t$  (рис. 9.2).

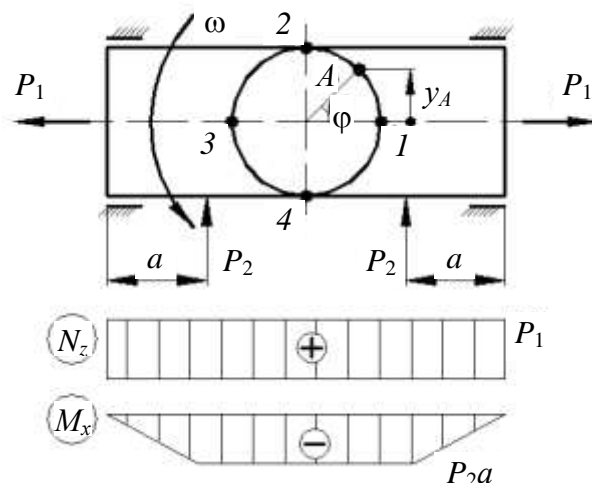


Рис. 9.1

### § 9.2. Виды и характеристики циклов напряжений

Виды циклов напряжений показаны на рис. 9.2-9.4.

Цикл полностью характеризуют две величины:

$$\sigma_{\max} = \sigma_m + \sigma_a; \quad \sigma_{\min} = \sigma_m - \sigma_a \quad \text{или} \quad \sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}; \quad \sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}.$$

Коэффициент асимметрии цикла  $R = \sigma_{\min} / \sigma_{\max}$ .

Рассмотренный в предыдущем параграфе цикл называют *асимметричным* ( $\sigma_m \neq 0$ ).

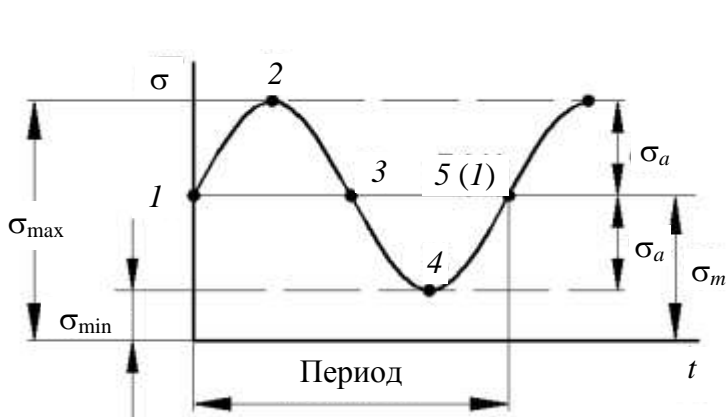


Рис. 9.2

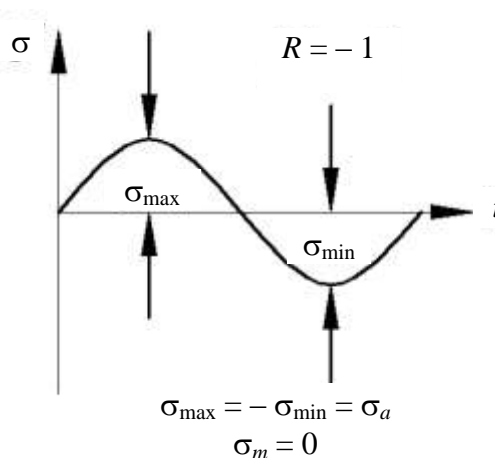
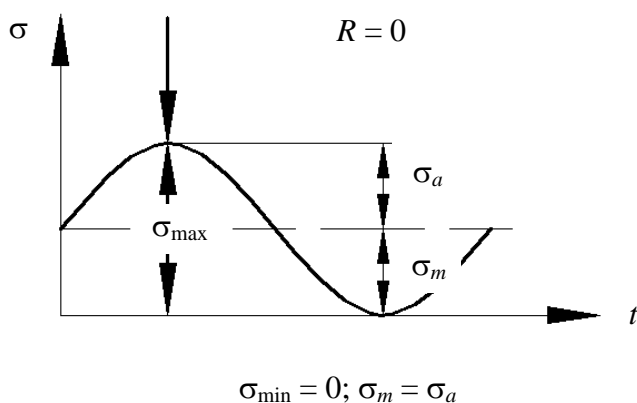
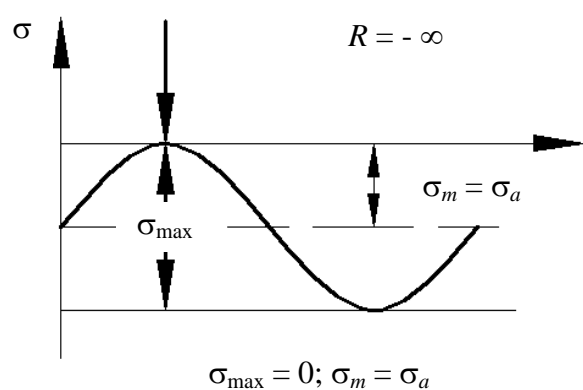


Рис. 9.3

Частными случаями асимметричного цикла являются симметричный цикл (рис. 9.3) и пульсационные (отнулевые) циклы (рис. 9.4). Ассиметричный цикл может быть знакопостоянным или знакопеременным.



а



б

Рис. 9.4

Любой асимметричный цикл можно представить как сумму симметричного цикла с максимальными напряжениями, равными амплитуде заданного цикла, и постоянного напряжения, равного среднему напряжению заданного цикла.

Постоянное напряжение можно представить как частный случай переменного с  $\sigma_{\max} = \sigma_{\min} = \sigma$ ,  $\sigma_m = \sigma$ ,  $\sigma_a = 0$ ,  $R=1$ .

### § 9.3. Кривая усталости. Предел выносливости.

Число циклов, выдержанное деталью до разрушения, меняется от 5–10 (например, многократный изгиб проволоки) до миллионов в зависимости от  $\sigma_{\max}$ . При малых  $\sigma_{\max}$  деталь работает неограниченно долго. Причина усталостного разрушения – возникновение микротрещин в зоне повышенных напряжений

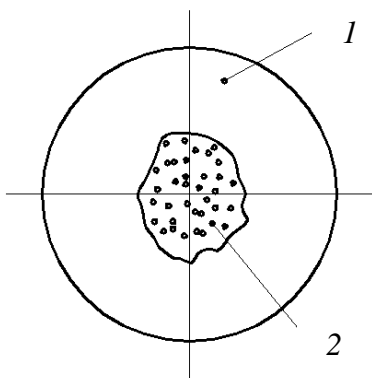


Рис. 9.5

(обычно на поверхности детали либо около внутреннего дефекта). При статических нагрузках микротрещины не опасны. При переменных напряжениях микротрещина растет, а в зоне сжимающих напряжений стенки ее притираются.

На изломе вала наблюдают две характерные зоны (рис. 9.5):

- 1 – гладкая (притертая) зона развития трещины;
- 2 – крупнозернистая зона внезапного разрушения.

Циклическую прочность материала оценивают *пределом выносливости*.

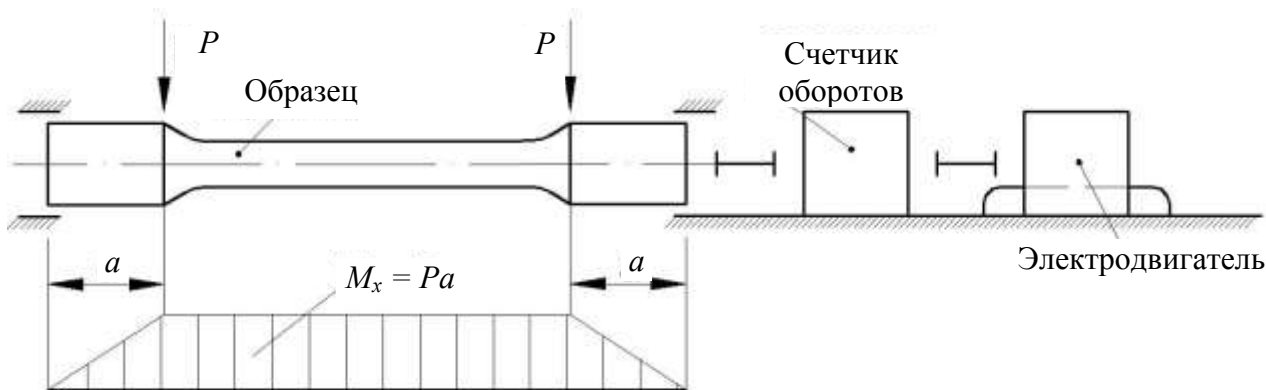


Рис. 9.6

Величина предела выносливости определяется из кривой усталости, которую получают экспериментальным путем. Для этого испытывают партию (10 ÷ 15 штук) стандартных полированных образцов, вращающихся в условиях чистого изгиба до разрушения (рис. 9.6). В первом образце создают напряжение

$$\sigma_{\max}^{(1)} = \frac{M_x}{W_x} \approx 0,7\sigma_B.$$

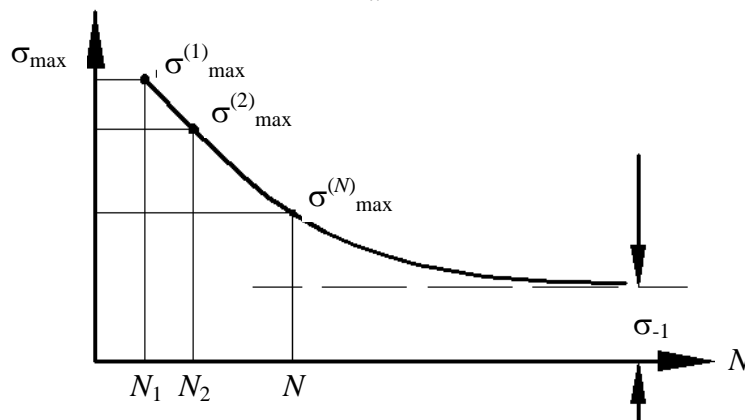


Рис. 9.7

Счетчик фиксирует число оборотов (циклов) до разрушения –  $N_1$ . Во втором образце  $\sigma_{\max}^{(2)} < \sigma_{\max}^{(1)}$  и он разрушится при числе циклов  $N_2 > N_1$  и так

далее (рис. 9.7). По этим данным строят график  $N = f(\sigma_{\max})$ , который называют *кривой выносливости*, кривой усталости или диаграммой Вёлера.

Если стальной образец не разрушится, выдержав  $N = 10^7$  циклов, то он не разрушится неограниченно долго. Это число циклов называют *базовым*.

Для цветных металлов не удастся установить число циклов, выдержав которое, образец не разрушится в дальнейшем. В этих случаях применяют за базовое  $N = 10^8$  циклов.

Наибольшее значение максимального напряжения цикла, при котором образец не разрушится за базовое число циклов, называют *пределом выносливости*  $\sigma_R$ .

Для симметричного цикла:  $R = -1$  и предел выносливости обозначают  $\sigma_{-1}$ . Для пульсационного:  $R = 0$  и предел выносливости  $\sigma_0$ .

Если деталь предназначена для  $N$  циклов работы (после чего ее заменяют), то по кривой выносливости можно определить для нее ограниченный предел выносливости  $\sigma_{-1N}$ .

Экспериментально найдено для сталей  $\sigma_{-1} \approx (0,4 \div 0,5)\sigma_B$ , для цветных металлов –  $\sigma_{-1} \approx (0,25 \div 0,5)\sigma_B$ . При кручении: для пластичных материалов  $\tau_{-1} \approx 0,6 \sigma_{-1}$ , а для хрупких –  $\tau_{-1} \approx 0,8 \sigma_{-1}$ . Величины пределов выносливости для различных материалов можно найти в справочной литературе.

#### § 9.4. Диаграмма предельных амплитуд (диаграмма Хейга)

По известным значениям предела выносливости  $\sigma_R$  и коэффициента асимметрии  $R$  строится диаграмма предельных амплитуд в координатах  $\sigma_m - \sigma_a$ . Для этого необходимо в выражениях  $\sigma_a$  и  $\sigma_m$  заменить  $\sigma_{\max} = \sigma_R$ , а  $\sigma_{\min} = R\sigma_{\max}$ ,

$$\sigma_m = \frac{\sigma_R(1+R)}{2}; \quad \sigma_a = \frac{\sigma_R(1-R)}{2}.$$

Диаграмма предельных амплитуд является механической характеристикой усталостной прочности (выносливости) данного материала (для стандартных образцов).

Обычно диаграмма предельных амплитуд (рис. 9.8) строится по трем точкам: точка  $A$  соответствует симметричному циклу ( $\sigma_a = \sigma_{-1}$ ), точка  $B$  соответствует положительному пульсационному циклу ( $R = 0, \sigma_a = \sigma_0 / 2$ ), точка  $C$  соответствует пределу прочности при статическом растяжении ( $\sigma_m = \sigma_B$ ).

Для пластичных материалов максимальное напряжение не должно превышать предела текучести материала  $\sigma_T$ , т.е.  $\sigma_{\max} = \sigma_a + \sigma_m = \sigma_T$ . Этому условию отвечает прямая  $DE$  (собственно, это и есть уравнение прямой). Смысл диаграммы: если точка  $K$  с параметрами цикла  $\sigma_m$  и  $\sigma_a$  нашего образца на диаграмме расположена ниже линии  $ABC$ , то образец выдержит неограниченное число циклов (не менее базового); если выше – то разрушение произойдет при ограниченном числе циклов.

## § 9.5. Факторы, влияющие на предел выносливости

Установлено, что предел выносливости  $\sigma_R$  ( $\tau_R$ ) конкретной детали существенно меньше предела выносливости стандартного образца, т.е. он не является характеристикой только свойств материала ( $E$ ,  $\gamma$ ,  $G$ ,  $\sigma_B$ ,  $\sigma_T$ ), а зависит от следующих факторов:

- 1) концентрации напряжений,
- 2) размеров детали,
- 3) качества обработки поверхности,
- 4) применяемых технологических методов поверхностного упрочнения детали.

Рассмотрим эти факторы подробнее.

### Концентрация напряжений.

Концентрация напряжений – явление повышения напряжений в местах резкого изменения формы тела (около отверстий, вырезов в зоне контакта и т.д.).

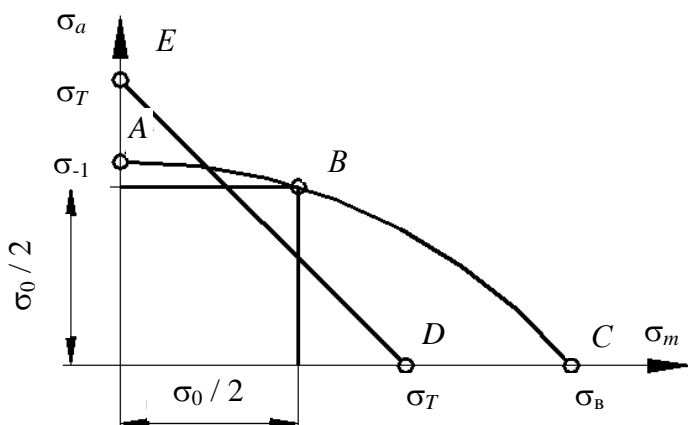


Рис. 9.8

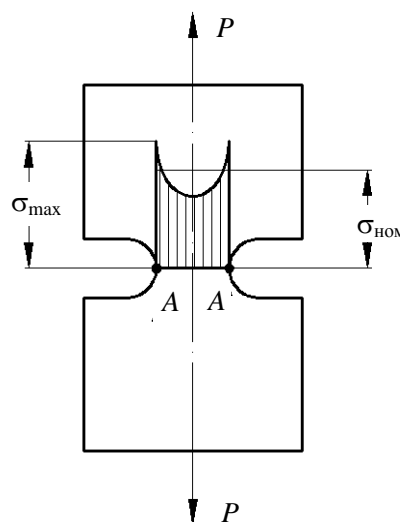


Рис. 9.9

$\sigma_{\max}$  – максимальное напряжение, определяемое методами теории упругости либо экспериментально.

$\sigma_{\text{ном}}$  – номинальное напряжение, определяемое по формулам сопротивления материалов для наименьшего сечения ( $\sigma_{\text{ном}} = P / A$ ). Количественно концентрация напряжений (рис. 9.9) оценивается теоретическими коэффициентами концентраций напряжений

$$\alpha_{\sigma} = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{ном}}}, \quad \alpha_{\tau} = \frac{\tau_{\max}}{\tau_{\text{ном}}}.$$

Величины  $\alpha_{\sigma}$  и  $\alpha_{\tau}$  для различных случаев приводятся в справочниках. При статическом нагружении концентрация напряжений не опасна. Статическая разрушающая сила  $P$  для пластины с отверстием и без него примерно одинакова (при одинаковой площади сечения). При переменных напряжениях в зоне концентрации возникает и развивается микротрещина – причина разрушения.

### **Влияние размеров детали.**

Снижение предела выносливости с увеличением размеров детали называют *масштабным эффектом*.

Общепринятого объяснения масштабного эффекта пока нет. Одно из объяснений – в большом объеме увеличивается вероятность появления различных микро- и макродефектов: дефектов кристаллической решетки, пустот, включений и т. п.

### **Качество обработки поверхности**

Обычно усталостное напряжение начинается у поверхности, поэтому ее состояние влияет на предел выносливости, который значительно снижается при худшем качестве обработки поверхности.

### **Технологические методы поверхностного упрочнения**

Применение различных технологических методов поверхностного упрочнения (обдувка дробью, обкатка роликами, закалка поверхности токами высокой частоты и т.д.) значительно повышает предел выносливости.

Влияние всех этих факторов на предел выносливости учитывается коэффициентами, определяемыми экспериментально

$$K_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{(\sigma_{-1})_k}; K_{d\sigma} = \frac{(\sigma_{-1})_d}{\sigma_{-1}}; K_{F\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1}}; K_v = \frac{(\sigma_{-1})_{упр}}{\sigma_{-1}},$$

где  $K_{\sigma}$  – эффективный коэффициент концентрации напряжения;  $K_{d\sigma}$  – коэффициент масштабного фактора;  $K_{F\sigma}$  – коэффициент качества поверхности;  $K_v$  – коэффициент поверхностного упрочнения;  $\sigma_{-1}$  – предел выносливости стандартных образцов с полированной поверхностью и с диаметром 7,5 мм;  $(\sigma_{-1})_k$  – предел выносливости образцов с концентратором напряжений (но тех же размеров и с таким же качеством поверхности, что и стандартные);  $(\sigma_{-1})_d$  – предел выносливости образцов диаметром  $d$ , соответствующим размерам детали;  $\sigma_{-1}$  – предел выносливости образцов с такой же обработкой поверхности, как и у детали;  $(\sigma_{-1})_{упр}$  – предел выносливости стандартного образца с поверхностным упрочнением детали.

Экспериментально установлено:  $K_{\sigma} = 1 + q (\alpha_{\sigma} - 1)$ , где  $q$  – коэффициент чувствительности материала к концентрации напряжений. Для высокопрочных легированных сталей  $q \approx 1$ ; для конструкционных сталей  $q \approx 0,6 \div 0,8$ ; для серого чугуна  $q \approx 0$ .

Теперь, зная  $\sigma_{-1}$  и, определив по справочникам  $K_{\sigma}$ ,  $K_{d\sigma}$ ,  $K_{F\sigma}$ , и  $K_v$  можно найти предел выносливости конкретной детали

$$(\sigma_{-1})_d = \frac{\sigma_{-1}}{K},$$

где  $K$  – коэффициент влияния на выносливость вышеперечисленных факторов. По результатам последних экспериментальных работ рекомендуется принимать

$$K = \left( \frac{K_\sigma}{K_{d\sigma}} + \frac{1}{K_{F\sigma}} - 1 \right) \frac{1}{K_y}. \quad (9.2)$$

### § 9.6. Расчеты деталей на циклическую прочность

Расчеты на выносливость в сопротивлении материалов сводятся к нахождению коэффициента запаса циклической прочности и сравнению его с нормативным значением для данной детали. С использованием диаграммы предельных амплитуд можно определить коэффициент запаса усталостной прочности. Для упрощения расчетов заменим криволинейный участок  $AB$  диаграммы предельных амплитуд прямой. Получим схематизированную диаграмму  $AKD$  (рис. 9.10).

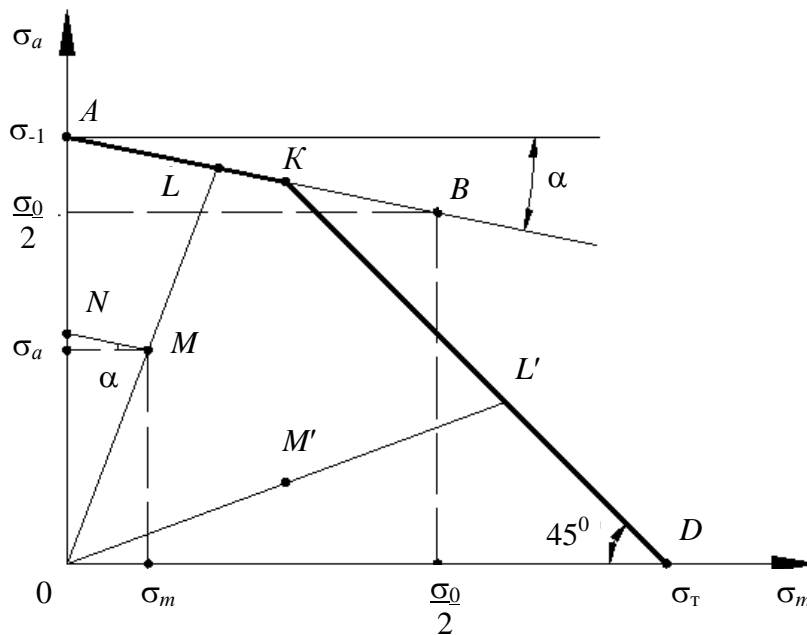


Рис. 9.10

Пусть характеристики  $\sigma_m$  и  $\sigma_a$  рабочего цикла образца соответствуют на диаграмме точке  $M$ . Проведем из начала координат луч через точку  $M$ . Точки этого луча соответствуют подобным циклам, т.е. циклам, имеющим одинаковую характеристику  $R$ . Цикл, изображенный точкой  $L$  – предельный, так как максимальное напряжение этого цикла, определяемое как сумма абсциссы и ординаты точки  $L$ , равно пределу выносливости. Из точки  $M$  проведем луч  $MN \parallel AB$ , т.е. под углом  $\alpha$  к горизонтальной оси.

При условии подобия заданного и предельного циклов коэффициент запаса усталостной прочности будет

$$n_\sigma = \frac{OL}{OM} = \frac{OA}{ON} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m},$$

где  $\psi_\sigma = \operatorname{tg} \alpha$  – коэффициент чувствительности материала к асимметрии цикла напряжений.

Для стали этот коэффициент можно определить по эмпирической зависимости

$$\psi_{\sigma} = 0,02 + 2 \cdot 10^{-4} \sigma_B; \quad (\sigma_B \text{ в МПа});$$

$$\psi_{\tau} = 0,5 \psi_{\sigma}.$$

Аналогично для касательных напряжений

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\tau_a + \psi_{\tau} \tau_m}.$$

Если прочность образцов определяется текучестью материала (точка  $M$ ), то коэффициенты запаса равны

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_T}{\sigma_a + \sigma_m}; \quad n_{\tau} = \frac{\tau_T}{\tau_a + \tau_m}.$$

Для конкретной детали надо учесть влияние коэффициента снижения предела выносливости  $K$ . Эксперименты показывают, что этот коэффициент влияет только на переменную составляющую цикла, т.е. на  $\sigma_a$ , поэтому окончательные формулы для определения коэффициента запаса усталостной прочности по нормальным напряжениям имеет вид

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{K \sigma_a + \psi \sigma_m},$$

коэффициент запаса усталостной прочности по касательным напряжениям

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{K \tau_a + \psi_{\tau} \tau_m}.$$

Коэффициенты запаса прочности детали по пределу текучести имеют вид

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_T}{K \sigma_a + \sigma_m}; \quad n_{\tau} = \frac{\tau_T}{K \tau_a + \tau_m}.$$

Если в детали возникают одновременно и нормальные и касательные напряжения (ПНС), то коэффициент запаса усталостной прочности можно определить по эмпирической формуле Гафа–Полларда

$$n = \frac{n_{\sigma} n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}}.$$

При правильном проектировании  $1,3 \leq n \leq 2,0$ .